

GRAFOANALITISKO DARBU UZDEVUMI ELEKTROTEHNIKĀ UN ELEKTRONIKĀ

VISPĀRĪGI NORĀDĪJUMI

Kursa „Elektrotehnika un elektronika” programmā paredzēta patstāvīga grafoanalītisko uzdevumu izpilde. Šajā krājumā ievietoti uzdevumi, kas aptver visas galvenās kursa nodaļas. Risināmo uzdevumu numurus norāda pasniedzējs.

Darbs jānoformē uz A4 formāta standarta papīra lapas, kurām jābūt sastiprinātām kopā.

Grafiki un vektoru diagrammas jāzīmē mērogā uz milimetru papīra loksnēm, kurām jābūt sastiprinātām kopā ar darba pārējām lapām. Visām lapām jābūt vienāda formāta.

Uz katra uzdevuma pirmās lapas augšējā labās puses stūrī jāuzraksta uzvārds un iniciāļi, studenta apliecības numurs, fakultāte un grupa. Katram uzdevumam obligāti jānorāda tā numurs, kā arī risināmā varianta numurs.

Ja nav citu pasniedzēja norādījumu, varianta numuru nosaka pēc pēdējiem trim studenta apliecības cipariem XYZ. Piemēram, ja apliecības numurs ir 061RDB153, tad $X = 1$, $Y = 5$ un $Z = 3$.

Katram variantam ir divciparu numurs. Uzdevuma datu tabulā norādīts, kuri studenta apliecības cipari (XY, XZ vai YZ) jāizmanto, lai izvēlētos risināmo variantu. Pirmajā uzdevumā, piemēram, norādīts, ka variantu nosaka cipari XY. Tādēļ studentam ar augstāk norādīto apliecības numuru jārisina 15. variants.

Darbam jāsaturs uzdevuma teksts, elektriskās ķēdes shēma un nepieciešamie paskaidrojumi par risināšanas gaitu. Aprēķinos nepieciešams: 1) uzrakstīt meklējamo lielumu; 2) uzrakstīt formulu šā lieluma aprēķinam; 3) ievietot formulā skaitļus; 4) uzrakstīt galvenos pārveidojumus; 5) uzrakstīt rezultātu, norādot mērvienību.

Darbs jāizpilda tādā secībā, kāda dota uzdevumā. Visa aprēķina gaita jāpaskaidro.

Aprēķina rezultātus jānoapaļo, izmantojot šādus likumus:

1. Saskaitot vai atņemot aptuvenus skaitļus, rezultātā jāatstāj tik daudz decimālzīmju (zīmju aiz komata), cik to ir skaitlī ar vismazāko decimālzīmju skaitu.
2. Reizinot vai dalot rezultātā jāatstāj tik daudz zīmīgo ciparu (t.i., visu skaitļa ciparu, neskaitot nulles tā beigās), cik to satur aptuvenais skaitlis ar vismazāko zīmīgo ciparu skaitu.
3. Kāpinot kvadrātā, rezultātā jāatstāj tik daudz zīmīgo ciparu, cik to ir kāpināmajā aptuvenajā skaitlī; tāpat jārikojas arī velkot kvadrātsakni.
4. Starprezultātos jāatstāj par vienu ciparu vairāk, nekā rekomendēts 1.-3. punktos.

Darbam jābūt izpildītam akurāti, izmantojot rasēšanas piederumus.

Ja pēc recenzēšanas darbs atdots studentam izlabošanai, tad darba

beigās jāuzraksta virsraksts „Kļūdu labojums” un pēc kārtas jāizlabo visas norādītās kļūdas. Nedrīkst visu darbu pārrakstīt un iesniegt no jauna vai labojumus izdarīt pirmā risinājuma tekstā.

Obligāti jā saglabā shēmās norādītie pozitīvie EDS un strāvu virzieni.

Uzdevumu atrisinājumi iesniedzami pasniedzēja norādītajos termiņos.

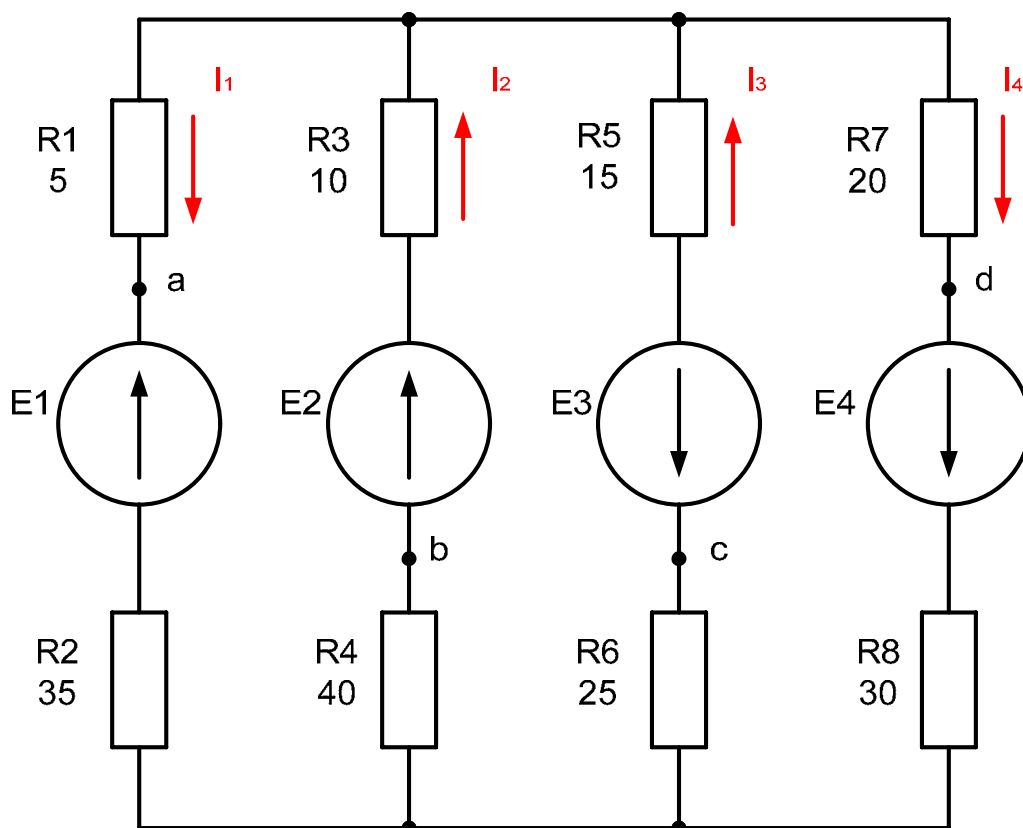
1. UZDEVUMS

(Jānodod līdz 2008.g. 29. februārim)

1. zīmējumā attēlotajai shēmai:

- 1) izrēķināt visas nezināmās strāvas un EDS;
- 2) noteikt spriegumu starp punktiem, kas uzrādīti 1.tabulā;
- 3) sastādīt jaudu bilanci, aprēķinot kopējo ģenerēto jaudu un kopējo patērēto jaudu.

Pirms uzdevuma risināšanas uzzīmēt attiecīgajam variantam atbilstošu shēmu, izslēdzot no dotās shēmas trūkstošos rezistorus un avotus, kuru pretestības un EDS vienādi ar nulli. Rezistoru pretestības dotas omos.



1.1. zīm. Elektriskās ķēdes shēma 1. uzdevumam.

1. tabula

Dati 1. uzdevumam

Variants XZ	No shēmas izslēdzamo rezistoru numuri	EDS, voltos				Dotā strāva, ampēros	Noteikt spriegumu starp punktiem
		E ₁	E ₂	E ₃	E ₄		
00	7	0	90	120	0	I ₃ = 3 I ₂ = 13	ab
01	2; 3; 5	80	0	0	65		ac
02	3; 6; 8	0	?	0	70		ad
03	1; 4; 7	80	0	70	?		bc
04	4; 7	140	200	0	60		bd
05	2; 4; 5; 8	?	60	0	200	I ₂ = 18	cd
06	4; 6; 8	0	80	?	200	I ₄ = 3	ab
07	1; 4; 6; 7	100	40	70	0	I ₃ = 14 I ₂ = 4	ac
08	2; 3; 6	?	0	350	0		ad
09	4; 6	?	80	90	0		bc
10	3; 4; 8	0	40	0	140	I ₁ = 3	bd
11	2; 6	60	200	0	0		cd
12	1; 5; 6; 8	80	0	150	0		ab
13	6	60	?	0	0		ac
14	2; 4; 5; 7	85	0	90	250		ad
15	2; 6; 8	?	0	100	85	I ₂ = 3	bc
16	5; 8	0	0	180	100	I ₃ = 1	bd
17	1; 5; 6; 7	0	120	50	70		cd
18	1; 3; 8	120	100	0	180		ab
19	2; 5; 8	0	?	50	150		ac
20	3; 5; 7	80	95	0	50		I ₃ = 6
21	8	0	?	0	80	bc	
22	2; 3; 8	0	0	80	180	bd	
23	3; 4	0	220	280	80	cd	
24	2; 7	0	300	40	?	I ₃ = 1 ab	
25	1; 4; 6	0	90	40	190	I ₂ = 6 I ₃ = 2	ac
26	1; 4; 5; 8	?	70	0	90		ad
27	1	?	0	200	100		bc
28	2; 4; 8	120	0	100	85		bd
29	3; 4; 6	0	80	0	150		cd

1. tabulas turpinājums

Variants XZ	No shēmas izslēdzamo rezistoru numuri	EDS, voltos				Dotā strāva, ampēros	Noteikt spriegumu starp punktiem
		E ₁	E ₂	E ₃	E ₄		
30	4; 6	70	0	95	160		ab
31	2; 4; 6; 7	80	130	0	0		ac
32	-	0	100	20	15		ad
33	1; 4; 8	120	40	0	50		bc
34	2; 5	60	0	75	0		bd
35	1; 3; 7	40	?	80	0	$I_3 = 2$	cd
36	1; 3; 6; 8	0	20	40	65		ab
37	2; 5; 7	150	200	0	?	$I_1 = 5$	ac
38	2; 4	25	0	0	?	$I_1 = 4$	ad
39	7; 8	80	70	0	160		bc
40	1; 4; 6; 8	0	?	80	45	$I_1 = 4$	bd
41	1; 3	130	60	120	0		cd
42	1; 3; 6; 7	?	250	0	190	$I_2 = 4$	ab
43	3; 5; 8	60	?	100	0	$I_4 = 3$	ac
44	5; 7	0	?	160	80	$I_1 = 1$	ad
45	1; 3; 4; 5	0	180	200	80		bc
46	3; 6	150	40	?	0	$I_4 = 2$	bd
47	2; 3; 6; 7	180	120	45	0		cd
48	2; 6; 7	0	75	?	110	$I_2 = 1$	ab
49	6; 7	40	0	0	70		ac
50	3; 8	?	0	85	130	$I_3 = 3$	ad
51	4; 5; 7	0	130	50	0		bc
52	2; 4; 5	0	60	20	0		bd
53	2; 4; 6; 7	0	?	100	0	$I_3 = 3$	cd
54	4; 5	125	75	0	100		ab
55	2; 5; 8	45	60	130	0		ac
56	3; 6; 7	0	0	130	50		ad
57	1; 4	40	220	0	80		bc
58	1; 4; 5; 7	80	0	140	50		bd
59	2; 3; 8	0	?	0	200	$I_1 = 4$	cd

1. tabulas turpinājums

Variants XZ	No shēmas izslēdzamo rezistoru numuri	EDS, voltos				Dotā strāva, ampēros	Noteikt spriegumu starp punktiem
		E ₁	E ₂	E ₃	E ₄		
60	1; 2; 3	110	120	0	0	I ₄ = 10 I ₂ = 10 I ₄ = 2	ab
61	1; 5	300	0	?	250		ac
62	2; 3; 5	?	85	200	0		ad
63	1; 5; 7	35	200	?	0		bc
64	5; 6	60	40	25	0		bd
65	1; 3; 5	?	0	180	95	I ₂ = 3 I ₃ = 2 I ₄ = 7 I ₃ = 3	cd
66	1; 6; 8	0	?	180	210		ab
67	2; 3; 5; 8	0	0	?	100		ac
68	2	300	450	0	800		ad
69	1; 3; 5; 8	170	0	200	?		bc
70	6; 8	0	200	130	40		bd
71	1; 7; 8	200	0	300	50		cd
72	1; 6; 7	250	0	80	300		ab
73	1; 6	0	10	50	75		ac
74	2; 3; 5; 7	0	110	50	80		ad
75	1; 4; 5	110	0	?	85	I ₁ = 2 I ₁ = 3 I ₄ = 1	bc
76	2; 7; 8	190	55	0	110		bd
77	5	40	0	0	150		cd
78	4; 6; 7	60	0	?	0		ab
79	2; 4; 7	0	40	?	85		ac
80	1; 3; 6	25	60	0	40	I ₄ = 2 I ₃ = 3	ad
81	4; 5; 8	?	0	0	150		bc
82	3; 7	0	?	100	60		bd
83	2; 3; 5; 7	75	0	20	50		cd
84	1; 8	0	120	0	200		ab
85	1; 2	150	0	400	200	I ₄ = 5 I ₃ = 2	ac
86	2; 4; 6	?	70	0	0		ad
87	3	?	100	200	0		bc
88	5; 6; 7	0	0	180	90		bd
89	2; 3	0	0	30	80		cd

1. tabulas turpinājums

Variants XZ	No shēmas izslēdzamo rezistoru numuri	EDS, voltos				Dotā strāva, ampēros	Noteikt spriegumu starp punktiem
		E ₁	E ₂	E ₃	E ₄		
90	1; 2; 4; 6	60	0	80	130	I ₃ = 2 I ₄ = 1	ab
91	3; 5	80	150	0	60		ac
92	2; 3; 5; 8	20	80	0	?		ad
93	1; 7	0	40	?	0		bc
94	1; 4; 7; 8	45	0	65	100		bd
95	1; 5; 8	600	300	0	120	I ₂ = 1	cd
96	1; 2; 5	60	20	0	75		ab
97	4; 6; 8	85	100	0	0		ac
98	4	0	0	85	60		ad
99	1; 8	120	0	?	80		bc

Piemērs

KIRHOFA VIENĀDOJUMU METODE

Dota sazarota ķēde, kurā $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 22 \Omega$, $E_1 = 120 \text{ V}$, $E_2 = 119 \text{ V}$, $E_3 = 125 \text{ V}$.

Aprēķināt strāvas visos zarus, spriegumu starp punktiem a un c, sastādīt jaudu bilanci.

Atrisinājums

1. Noskaidrojam sastādāmo vienādojumu skaitu (nezināmo skaitu). Dotajā shēmā ir $Z = 3$ zaru, $M = 2$ mezglu un

$$K_2 = Z - (M - 1) = 3 - (2 - 1) = 2$$

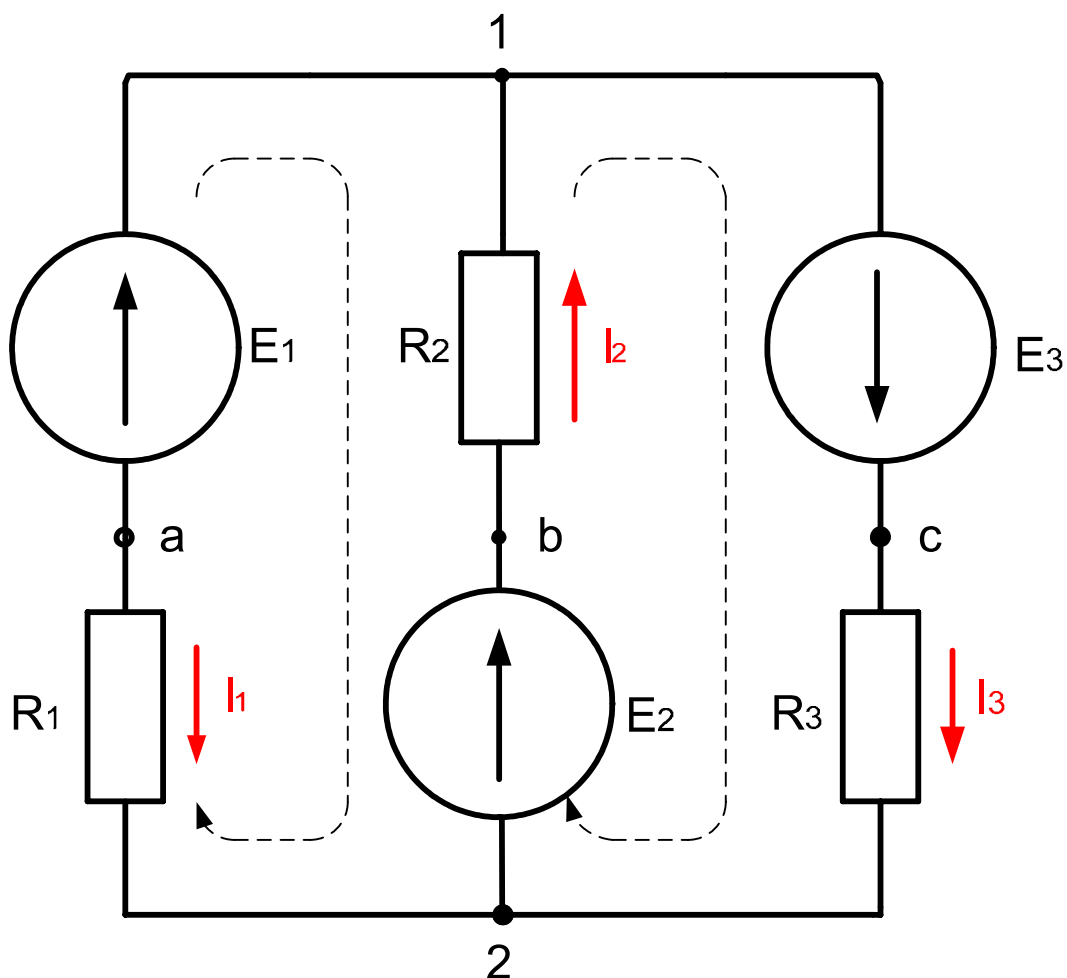
neatkarīgu kontūru.
Vienādojumu skaits:
pēc pirmā Kirhofa likuma

$$K_1 = M - 1 = 2 - 1 = 1 \text{ vienādojums;}$$

pēc otrā Kirhofa likuma

$$K_2 = Z - K_1 = 3 - 1 = 2 \text{ vienādojumi,}$$

kopā 3 vienādojumu. Jāsastāda tik vienādojumu, cik ir nezināmo lielumu.



1.2. zīm. Piemēra elektriskā shēma.

Vispārīgā gadījumā, brīvi pieņemam nezināmo strāvu un avotu EDS pozitīvos virzienus. Šajā piemērā avotu EDS vērtības ir zināmas un to virzieni doti. Tāpēc pieņemam strāvu virzienus un parādām tos zīmējumā. Gadījumā, ja strāvu virzieni uzdevumā ir doti, tos mainīt nevajag.

Sastādām vienādojumu pēc pirmā Kirhofa likuma vienam no mezgliem, piemēram, mezglam „1”:

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Pēc otrā Kirhofa likuma sastāda vienādojumus neatkarīgiem kontūriem. Izvēlamies neatkarīgos kontūrus un pieņemam to apiešanas virzienus (shēmā kontūru apiešanas virzienus parādām ar raustītu līniju).

Vienādojums kontūram „a1b2a”

$$-I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = E_1 - E_2,$$

vienādojums kontūram „b1c2b”:

$$I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = E_2 + E_3.$$

Ievietojot iegūtajos vienādojumos zināmo lielumu skaitliskās vērtības, iegūstam vienādojumu sistēmu

$$\begin{aligned} -I_1 + I_2 - I_3 &= 0, \\ -5I_1 - 3I_2 &= 120 - 119 = 1, \\ 3I_2 + 22I_3 &= 119 + 125 = 244. \end{aligned}$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu pret nezināmajiem lielumiem – strāvām, iegūstam

$$\begin{aligned} I_1 &= -3,96 \text{ A}, \\ I_2 &= 6,27 \text{ A}, \\ I_3 &= 10,24 \text{ A}. \end{aligned}$$

Rezultātu pārbaudi izdarām pēc otrā Kirhofa likuma kontūram, kurš nebija izmantots atrisinājumā „a1c2a”, apejot to pulksteņa rādītāju kustības virzienā

$$\begin{aligned} -I_1R_1 + I_3R_3 &= E_1 + E_3; \\ -(-3,96) \cdot 5 + 10,24 \cdot 22 &= 120 + 125; \\ 245,08 &= 245. \end{aligned}$$

2. Spriegumu starp punktiem a un c apzīmējam ar U_{ac} un shēmā parādam tā pozitīvo virzienu (sk. 1.3. zīm.). Izveidojam virtuālu kontūru „ac2a” ar pārtraukumu starp punktiem a un c. Pēc otrā Kirhofa likuma rakstām vienādojumu šim kontūram, pārtrauktajā posmā ac ieviešot spriegumu U_{ac} .

$$U_{ac} + I_3R_3 - I_1R_1 = 0,$$

no kurienes

$$\begin{aligned} U_{ac} &= I_1R_1 - I_3R_3 = \\ &= (-3,96) \cdot 5 - 10,24 \cdot 22 = -245 \text{ V}. \end{aligned}$$

To pašu rezultātu mēs iegūtu, izvēloties virtuālo kontūru „ac1a”. Tad vienādojums būtu

$$E_1 + E_3 = -U_{ac}.$$

2. Jaudu bilance izsaka enerģijas nezūdamības likumu

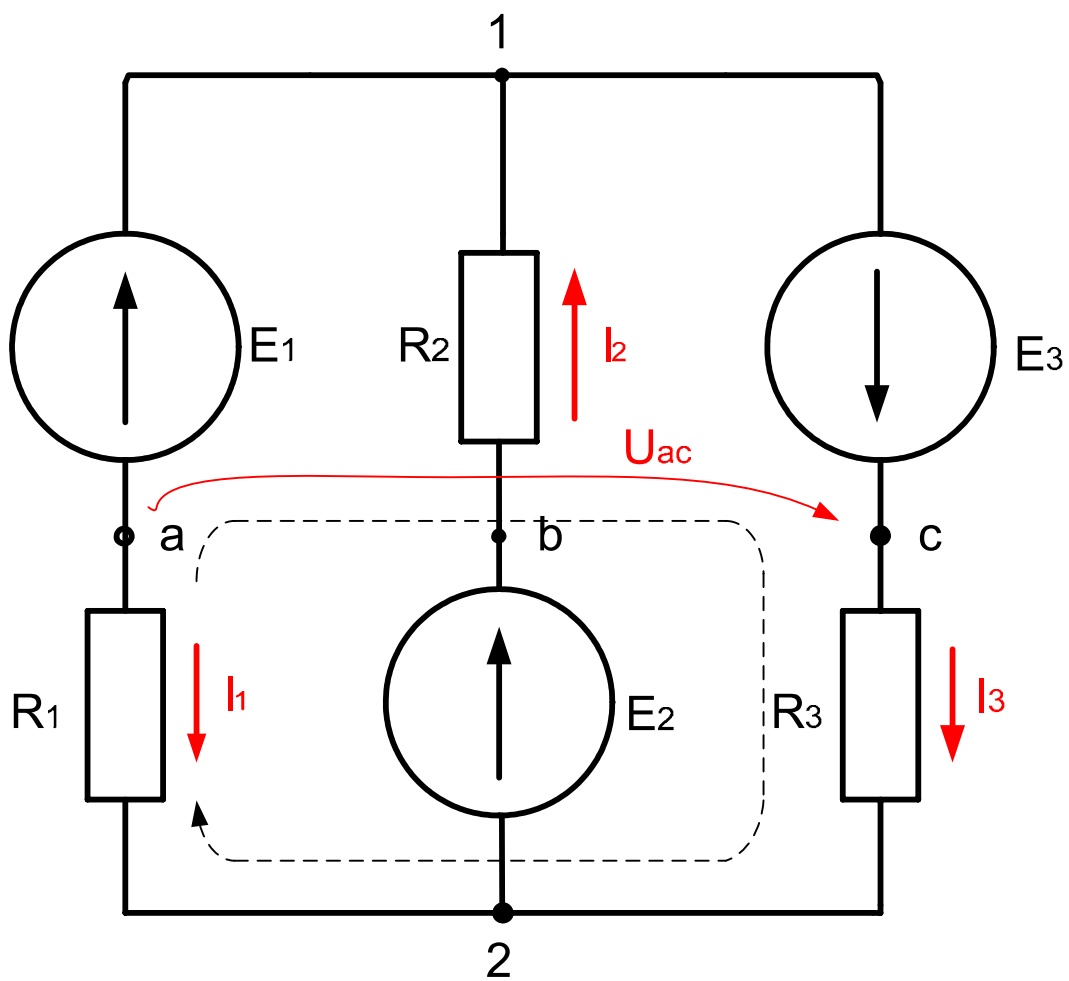
$$\sum E_i I_i = \sum (I_i)^2 R_i.$$

Vienādības kreisajā pusē raksta enerģijas avotu jaudu algebrisko summu, labajā pusē - rezistīvo patērētāju jaudas. Mūsu gadījumā

$$-E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = (I_1)^2 R_1 + (I_2)^2 R_2 + (I_3)^2 R_3.$$

Šajā izteiksmē ievietojam skaitliskās vērtības ar to zīmēm

$$\begin{aligned} -120 \cdot (-3,96) + 119 \cdot 6,28 + 125 \cdot 10,24 &= (-3,96)^2 \cdot 5 + 6,28^2 \cdot 3 + 10,24^2 \cdot 22, \\ 2501 \text{ W} &= 2501 \text{ W}. \end{aligned}$$



1.3. zīm. Virtuālais kontūrs sprieguma aprēķinam starp punktiem a un c.

3. UZDEVUMS

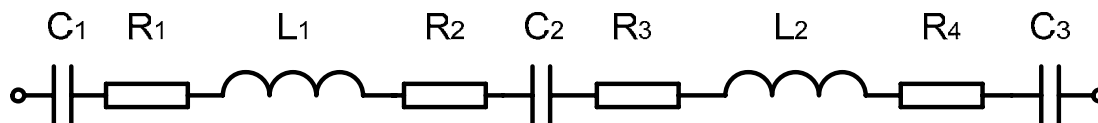
Jānodod līdz marta mēn. beigām

Mainstrāvas ķēde satur piecus tabulā norādītos virknē saslēgtus elementus.

Atkarībā no varianta dots viens no šādiem lielumiem: visai ķēdei pieliktais spriegums U , strāva I , spriegums uz pirmā (no kreisās puses) elementa U_1 , uz otrā – U_2 , uz trešā – U_3 , uz ceturta – U_4 , uz piektā – U_5 , pilnā jauda pirmajā vai pēdējā elementā – S_1 vai S_5 . Sinusoidālās strāvas frekvence – 50 Hz.

Uzdevums

1. Pārzīmēt 3.1. zīmējumā attēloto shēmu, atstājot tikai tos ķēdes elementus, kuriem tabulā uzrādītas skaitliskās vērtības.
2. Izrēķināt ķēdes jaudas koeficientu.
3. Noteikt strāvu un spriegumu uz visiem ķēdes elementiem. Izmantojot iegūtos rezultātus, uzzīmēt mērogā vektoru diagrammu.
4. Izmantojot diagrammu, noteikt spriegumu starp punktiem a un b, ja punkts a atrodas starp pārzīmētās shēmas pirmo un otro elementu, bet punkts b – starp ceturto un piekto elementu.
5. Noteikt ķēdes aktīvo, reaktīvo un pilno jaudu.



3.1. zīm. Elektriskās ķēdes shēma 3. uzdevumam.

Dati 3. uzdevumam

Variants YZ	Ķēdes parametri									Dots
	C ₁ μF	R ₁ Ω	L ₁ mH	R ₂ Ω	C ₂ μF	R ₃ Ω	L ₂ mH	R ₄ Ω	C ₃ μF	
00	40	25	-	-	115	-	450	-	45	U ₁ = 20 V
01	121	-	213	-	-	30	30	31	-	U ₂ = 85 V
02	-	11	-	-	318	20	100	-	102	U ₃ = 100 V
03	-	-	-	26	-	60	180	60	63	U ₄ = 52 V
04	106	-	61	-	100	45	-	-	49	U ₅ = 135 V
05	-	30	-	70	-	-	117	55	60	U = 80 V
06	28	-	-	35	50	80	86	-	-	I = 7 A
07	-	-	57	-	-	35	150	70	77	S ₁ = 516 VA
08	30	15	300	-	172	-	-	-	128	S ₅ = 130 VA
09	72	64	148	21	-	37	-	-	-	U ₁ = 62 V
10	38	24	109	-	-	38	48	-	-	U ₂ = 15 V
11	-	-	-	67	33	49	203	-	214	U ₃ = 65 V
12	112	-	187	-	-	30	-	71	83	U ₄ = 22 V
13	-	-	30	-	122	24	79	-	92	U ₅ = 112 V
14	164	-	248	27	-	41	-	-	55	U = 75 V
15	-	19	-	-	222	30	90	105	-	I = 13 A
16	26	-	-	38	-	22	105	-	121	S ₁ = 68 VA
17	-	31	54	-	142	59	76	-	-	S ₅ = 120 VA
18	180	38	-	19	-	43	240	-	-	U ₁ = 250 V
19	-	10	163	-	-	22	130	-	149	U ₂ = 40 V
20	58	52	128	48	-	-	-	-	148	U ₃ = 60 V
21	116	49	180	-	-	38	-	-	59	U ₄ = 420 V
22	-	-	-	-	77	32	194	42	64	U ₅ = 98 V
23	250	40	-	24	-	-	72	-	95	U = 78 V
24	-	-	127	-	127	42	166	-	190	I = 16 A
25	-	-	250	40	150	-	175	-	200	S ₁ = 30 VA
26	36	45	100	-	300	-	-	80	-	S ₅ = 310 VA
27	150	-	120	50	160	-	83	-	-	U ₁ = 67 V
28	-	-	226	23	202	80	108	-	-	U ₂ = 36 V
29	110	50	130	-	-	-	-	51	80	U ₃ = 82 V

3. tabulas turpinājums

Variants YZ	Ķēdes parametri									Dots
	C ₁ μF	R ₁ Ω	L ₁ mH	R ₂ Ω	C ₂ μF	R ₃ Ω	L ₂ mH	R ₄ Ω	C ₃ μF	
30	-	60	142	28	166	-	-	-	172	U ₄ = 90 V
31	-	-	88	16	201	-	93	62	-	U ₅ = 170 V
32	-	-	207	36	130	100	-	-	132	U = 220 V
33	-	48	190	-	135	30	63	-	-	I = 6 A
34	-	-	100	20	-	33	-	47	134	S ₁ = 280 VA
35	-	23	175	-	89	-	-	60	95	S ₅ = 428 VA
36	87	62	96	22	209	-	-	-	-	U ₁ = 124 V
37	150	-	192	60	110	-	-	-	150	U ₂ = 240 V
38	-	-	-	30	277	18	62	100	-	U ₃ = 22 V
39	75	41	-	-	-	38	110	-	149	U ₄ = 30 V
40	-	-	310	-	120	50	-	61	101	U ₅ = 66 V
41	128	-	-	29	-	-	200	78	119	U = 125 V
42	-	12	-	48	190	24	90	-	-	I = 15 A
43	-	-	71	32	103	-	-	51	94	S ₁ = 166 VA
44	-	-	116	-	219	60	104	21	-	S ₅ = 34 VA
45	-	46	-	25	67	-	120	-	165	U ₁ = 119 V
46	35	-	59	-	-	43	202	-	248	U ₂ = 205 V
47	-	18	-	38	-	44	170	-	108	U ₃ = 28 V
48	148	-	182	11	-	46	59	-	-	U ₄ = 232 V
49	-	-	-	31	70	-	152	80	129	U ₅ = 320 V
50	300	-	93	-	90	-	140	40	-	U = 67 V
51	132	42	212	-	64	115	-	-	-	I = 12 A
52	-	-	93	39	113	41	-	61	-	S ₁ = 980 VA
53	217	-	171	-	-	-	69	47	100	S ₅ = 128 VA
54	-	13	60	-	-	32	-	30	84	U ₁ = 48 V
55	280	-	105	38	90	50	-	-	-	U ₂ = 151 V
56	-	34	143	-	-	-	90	42	98	U ₃ = 82 V
57	80	-	240	-	88	-	80	72	-	U ₄ = 218 V
58	236	21	-	21	57	-	79	-	-	U ₅ = 50 V
59	-	-	125	-	108	-	180	35	30	U = 173 V

3. tabulas turpinājums

Variants YZ	Ķēdes parametri									Dots
	C ₁ μF	R ₁ Ω	L ₁ mH	R ₂ Ω	C ₂ μF	R ₃ Ω	L ₂ mH	R ₄ Ω	C ₃ μF	
60	99	-	-	-	100	40	62	122	-	I = 3 A
61	-	-	95	-	162	43	101	15	-	S ₁ = 210 VA
62	123	-	-	40	196	-	45	107	-	S ₅ = 91 VA
63	-	50	153	-	120	45	-	-	108	U ₁ = 16 V
64	47	-	-	-	-	28	360	60	124	U ₂ = 121 V
65	-	36	134	35	130	-	195	-	-	U ₃ = 68 V
66	150	-	-	-	150	65	100	-	166	U ₄ = 88 V
67	-	22	30	97	80	42	-	-	-	U ₅ = 166 V
68	168	28	274	-	-	31	-	41	-	U = 200 V
69	-	8	-	-	210	39	31	100	-	I = 21 A
70	42	-	101	55	-	45	-	30	-	S ₁ = 48 VA
71	-	23	322	-	153	7	-	78	-	S ₅ = 182 VA
72	-	-	80	34	180	-	110	-	97	U ₁ = 43 V
73	174	-	104	-	170	20	-	101	-	U ₂ = 330 V
74	-	6	117	-	144	-	134	60	-	U ₃ = 110 V
75	-	42	-	-	-	28	83	20	95	U ₄ = 81 V
76	-	-	-	30	180	23	24	100	-	U ₅ = 26 V
77	-	-	107	19	-	21	111	-	188	U = 217 V
78	-	-	23	-	105	28	90	-	168	I = 2 A
79	-	41	-	-	144	-	122	22	101	S ₁ = 180 VA
80	100	-	55	37	125	-	140	-	-	S ₅ = 19 VA
81	60	28	107	-	210	-	185	-	-	U ₁ = 42 V
82	187	-	90	-	42	36	150	-	-	U ₂ = 67 V
83	-	60	-	45	136	-	120	45	-	U ₃ = 287 V
84	300	9	-	-	-	11	80	15	-	U ₄ = 300 V
85	50	40	320	-	-	-	55	47	-	U ₅ = 44 V
86	215	-	-	20	-	35	210	45	-	U = 102 V
87	240	-	85	70	-	-	75	32	-	I = 11 A
88	155	-	-	-	70	-	32	50	150	S ₁ = 100 VA
89	15	100	150	-	-	-	600	-	15	S ₅ = 980 VA

3. tabulas turpinājums

Variants YZ	Ķēdes parametri									Dots
	C ₁ μF	R ₁ Ω	L ₁ mH	R ₂ Ω	C ₂ μF	R ₃ Ω	L ₂ mH	R ₄ Ω	C ₃ μF	
90	-	-	300	-	-	60	210	30	12	U ₁ = 162 V
91	-	50	220	65	-	-	-	25	80	U ₂ = 195 V
92	-	200	490	110	-	70	320	-	-	U ₃ = 306 V
93	10	-	450	144	-	-	1000	-	30	U ₄ = 271 V
94	-	-	350	-	145	-	250	80	20	U ₅ = 86 V
95	22	-	-	42	25	-	1200	-	16	U = 53 V
96	-	80	600	70	-	50	-	-	10	I = 8 A
97	6	-	3000	-	15	-	-	120	6	S ₁ = 620 VA
98	-	75	160	-	95	-	240	-	7	S ₅ = 20 VA
99	175	30	-	-	210	-	200	-	86	U ₁ = 38 V

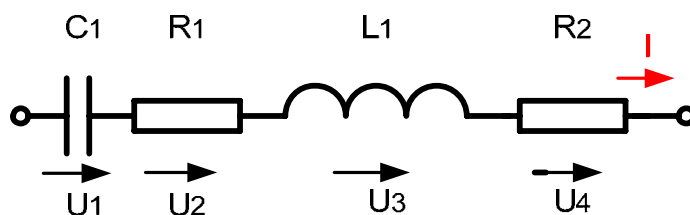
Piemērs

NESAZAROTAS MAIŅSTRĀVAS ĶĒDES APRĒĶINS

Dota maiņstrāvas ķēde, kurā virknē ieslēgti kondensators $C_1 = 57 \mu\text{F}$, rezistors $R_1 = 62 \Omega$, indukcijas spole $L_1 = 96 \text{ mH}$ un rezistors $R_2 = 22 \Omega$. Zināma frekvence $f = 50 \text{ Hz}$ un sprieguma krituma uz pirmā ķēdes elementa $U_1 = 124 \text{ V}$.

Atrisinājums

1. Izrēķināt ķēdes jaudas koeficientu.
2. Noteikt strāvu un spriegumus uz visiem ķēdes elementiem.
Izmantojot iegūtos rezultātus, uzzīmēt mērogā vektoru diagrammu.
3. Izmantojot diagrammu, noteikt spriegumu starp punktiem a un b.
4. Noteikt ķēdes aktīvo, reaktīvo un pilno jaudu.



3.2. zīm. Piemēra elektriskā shēma.

1. Lai noteiktu ķēdes jaudas koeficientu $\cos\varphi$, aprēķinām elementu nezināmās pretestības:

$$X_{C1} = 1/(\omega \cdot C) = 1/(2\pi f \cdot C) = 1/(2\pi \cdot 50 \cdot 57 \cdot 10^{-6}) = 55,84 \, \Omega,$$

$$X_{L1} = \omega \cdot L = 2\pi \cdot 50 \cdot 96 \cdot 10^{-3} = 30,16 \, \Omega.$$

$$\operatorname{tg}\varphi = (X_L - X_C) / (R_1 + R_2) = (30,16 - 55,84) / (62 + 22) = -0,31,$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}(-0,31) = -17^\circ$$

un

$$\cos\varphi = 0,96.$$

Negatīvs φ norāda uz ķēdes aktīvi-kapacitatīvu raksturu.

2. Nosakām strāvu un spriegumus uz pārējiem elementiem un visas ķēdes:

$$I = U_1 / X_{C1} = 124 / 55,84 = 2,22 \, \text{A},$$

$$U_2 = I \cdot R_1 = 2,22 \cdot 62 = 137,68 \, \text{V},$$

$$U_3 = I \cdot X_{L1} = 2,22 \cdot 30,16 = 66,96 \, \text{V},$$

$$U_4 = I \cdot R_2 = 2,22 \cdot 22 = 48,84 \, \text{V},$$

$$U = \sqrt{(U_2 + U_4)^2 + (U_3 - U_1)^2} =$$

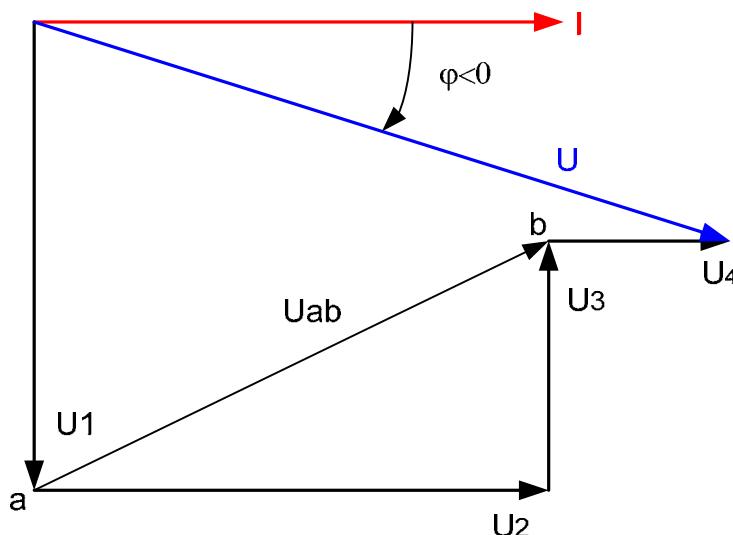
$$= \sqrt{(137,68 + 48,84)^2 + (66,96 - 124)^2} = 195,05 \, \text{V}.$$

Nesazarotas ķēdes vektoru diagrammu sāk zīmēt ar strāvas vektora attēlošanu (parasti to atliek horizontāli, virzienā pa labi). Pēc tam, atkarībā no spriegumu vērtību lieluma, izvēlas spriegumu mērogu un šajā mērogā, elementu ieslēgšanas secībā zīmē spriegumus. Mūsu piemērā spriegumu mērogs izvēlēts: $m_U = 20 \, \text{V/cm}$.

Kā pirmo attēlojam sprieguma U_1 vektoru. Par cik tas ir spriegums uz kondensatora, kurš atpaliek no strāvas par leņķi 90° , tad to zīmē vertikāli virzienā uz leju. U_2 ir spriegums uz rezistīva elementa, tas sakrīt fāzē ar strāvu, tāpēc to zīmē strāvas vektora virzienā. Novietojot vektora U_2 sākumu vektora U_1 gala punktā, notiek vektoru un tārad atbilstošo tiem spriegumu grafiska saskaitīšana. U_3 ir spriegums uz induktīva elementa, tas apsteidz strāvu par leņķi 90° , tāpēc to zīmē no vektora U_2 gala punkta virzienā uz augšu, perpendikulāri strāvas vektoram I . U_4 ir spriegums uz rezistīva

elementa, tas, līdzīgi spriegumam U_2 , sakrīt fāzē ar strāvu, tāpēc to zīmē strāvas vektora virzienā.

Zīmējot vektoru, kura sākuma punkts atrodas diagrammas sākuma punktā un gala punkts – pēdējā sprieguma vektora gala punktā, mēs iegūstam visu elementu spriegumu ģeometriskās summas vektoru, t.i. ķēdei pievadītā sprieguma vektoru.



3.3. zīm. Vektoru diagramma.

3. Zīmējot vektoru, kurš sākas vektora U_2 sākuma punktā (a) un beidzas vektora U_3 gala punktā (b), mēs iegūstam sprieguma starp šiem punktiem vektoru U_{ab} . Izmērot šī vektora garumu centimetros ($ab = 7,6 \text{ cm}$) un pareizinot ar spriegumu mērogu m_U , iegūst sprieguma lielumu voltos ($U_{ab} = 7,6 \cdot 20 = 152 \text{ V}$).

4. Ķēdes aktīvā jauda

$$P = I^2 \cdot (R_1 + R_2) = 2,22^2 \cdot (62 + 22) = 414 \text{ W},$$

reaktīvā jauda

$$Q = I^2 \cdot (X_{L1} - X_{C1}) = 2,22^2 \cdot (30,16 - 55,84) = - 126,56 \text{ VAR},$$

(kapacitatīva rakstura)

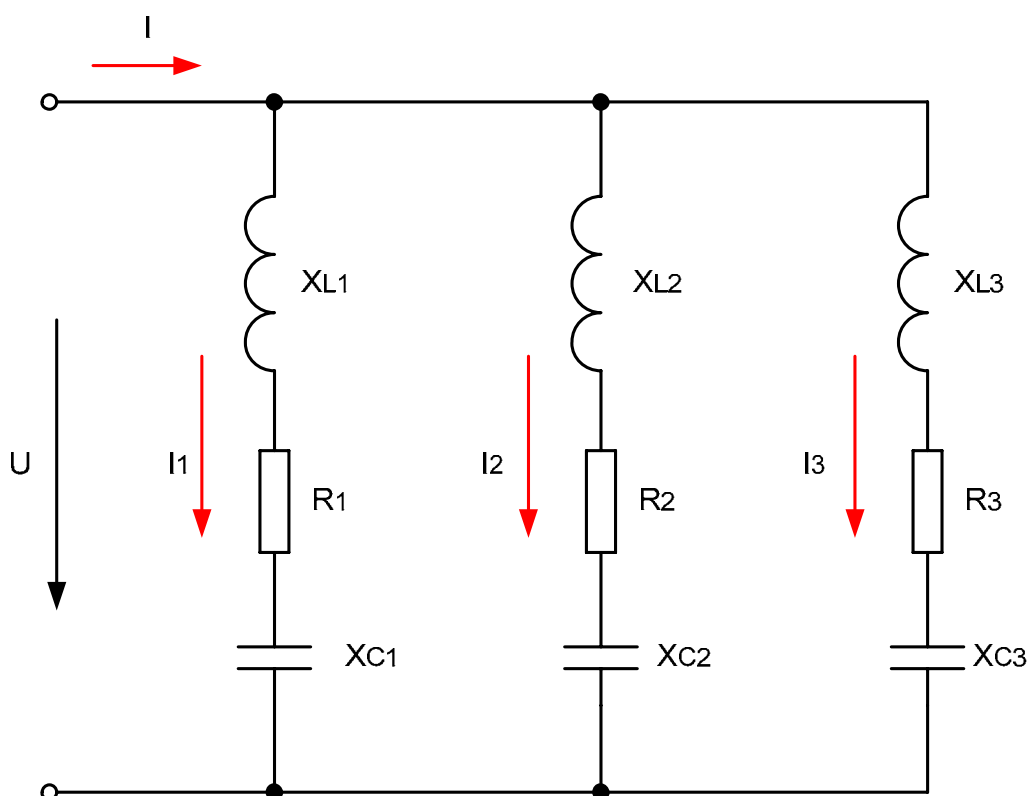
pilnā jauda

$$S = I \cdot U = 2,22 \cdot 195,05 = 433,0 \text{ VA}$$

4. UZDEVUMS

Jānodod līdz marta mēn. beigām

1. Pārzīmēt zīmējumā attēloto maiņstrāvas ķēdes shēmu, atstājot tikai tos elementus, kuriem tabulā dotas skaitliskās vērtības.
2. Iegūtajai ķēdei analītiski noteikt visus lielumus, kas nepieciešami, lai uzzīmētu strāvu un spriegumu vektoru diagrammu.
3. Izrēķināt ķēdes jaudas koeficientu, kā arī aktīvo, reaktīvo un pilno jaudu (ja tā nav dota).
4. Uzzīmēt mērogā spriegumu un strāvu vektoru diagrammu.



4.1. zīm. Elektriskās ķēdes shēma 4. uzdevumam.

Dati 4. uzdevumam

Variants XZ	Pretestības, omos									Dots
	R ₁	X _{L1}	X _{C1}	R ₂	X _{L2}	X _{C2}	R ₃	X _{L3}	X _{C3}	
00	16	12	15	6	-	10	8	8	-	U = 70 V
01	11	16	10	10	-	5	5	-	10	U = 77,3 V
02	14	10	5	11	12	-	5	-	8	I ₁ = 6 A
03	20	15	15	-	-	10	-	5	18	I ₂ = 25 A
04	10	10	20	-	16	25	18	-	-	I ₃ = 9 A
05	2	22	58	-	50	27	-	44	-	P = 50 W
06	1	21	42	3	19	27	-	14	-	P ₁ = 81 W
07	7	2	4	100	23	62	-	29	3	P ₂ = 25 W
08	22	38	21	-	25	2	21	-	5	P ₃ = 336 W
09	26	-	26	17	27	16	-	32	43	Q ₁ 104 VAr
10	32	32	-	19	31	22	-	36	81	Q ₂ = 576 Var
11	23	29	34	25	-	33	34	79	34	Q ₃ = 735 Var
12	3	26	30	9	44	31	-	-	25	S ₁ = 125 VA
13	-	51	39	18	54	78	44	19	39	S ₂ = 120 VA
14	44	54	87	30	9	-	-	10	-	S ₃ = 250 VA
15	2	-	5	7	7	-	-	5	6	U _{R1} = 34 V
16	20	20	10	16	-	5	-	21	6	U = 350 V
17	10	30	20	15	20	-	30	-	-	U = 44,4 V
18	3	4	8	-	10	-	-	4	-	I ₁ = 15 A
19	8	17	23	4	60	45	12	9	-	I ₂ = 3 A
20	13	21	11	8	-	-	-	75	90	I ₃ = 4 A
21	-	88	70	3	65	75	-	24	44	P = 108 W
22	2	23	16	-	35	55	-	43	11	P ₁ = 200 W
23	17	3	13	80	42	32	33	-	7	P ₂ = 80 W
24	-	39	22	14	33	23	22	-	32	P ₃ = 198 W
25	27	27	-	32	-	17	-	-	29	Q ₁ = 243 VAr
26	33	43	33	-	36	-	29	-	-	Q ₂ = 225 Var
27	34	86	35	36	-	-	35	22	35	Q ₃ = 832 Var
28	6	28	20	12	45	55	18	-	-	S ₁ = 1000 VA
29	-	-	41	40	55	25	46	60	40	S ₂ = 200 VA

4. tabulas turpinājums

Variants XZ	Pretestības, omos									Dots
	R ₁	X _{L1}	X _{C1}	R ₂	X _{L2}	X _{C2}	R ₃	X _{L3}	X _{C3}	
30	45	55	71	28	-	39	-	64	-	S ₃ = 400 VA U _{L1} = 60 V U = 100 V U = 213 V I ₁ = 10 A
31	4	5	2	3	7	-	-	-	8	
32	20	40	-	100	80	20	40	-	60	
33	-	8	-	6	5	20	30	10	-	
34	-	-	12	5	10	3	-	8	12	
35	-	-	12	10	5	8	16	-	20	I ₂ = 8 A I ₃ = 50 A P = 196 W P ₁ = 50 W P ₂ = 27 W
36	15	-	7	10	14	14	3	-	-	
37	-	-	19	-	61	39	4	-	25	
38	50	40	-	21	22	48	-	-	45	
39	18	5	-	12	3	29	-	12	-	
40	24	13	23	-	-	24	23	27	-	P ₃ = 92 W Q ₁ = 1008 VAr Q ₂ = 333 VAr Q ₃ = 368 VAr S ₁ = 160 VA
41	-	28	-	33	28	18	-	33	68	
42	42	-	-	-	37	74	31	41	23	
43	36	76	36	-	-	37	36	23	46	
44	32	-	24	37	49	34	41	31	50	
45	43	34	43	24	18	-	-	-	41	S ₂ = 270 VA S ₃ = 800 VA U _{C2} = 310 V U = 80 V U = 152,7 V
46	48	-	-	29	26	44	-	50	-	
47	12	17	25	-	10	18	-	-	16	
48	-	35	65	30	100	60	20	-	-	
49	-	10	18	6	6	6	10	10	-	
50	-	50	-	20	8	38	9	11	-	I ₁ = 2 A I ₂ = 11 A I ₃ = 10 A P = 80 W P ₁ = 84 W
51	-	30	-	20	15	10	13	-	13	
52	-	-	20	9	11	-	12	25	19	
53	5	48	63	-	32	-	-	-	9	
54	21	31	17	-	17	-	14	-	21	
55	19	6	14	22	13	-	-	3	14	P ₂ = 88 W P ₃ = 9 W Q ₁ = 775 VAr Q ₂ = 147 VAr Q ₃ = 30 VAr
56	-	14	24	-	-	7	24	49	33	
57	29	-	31	-	43	19	26	34	24	
58	35	-	-	23	38	26	-	-	42	
59	38	46	37	26	46	-	37	30	60	

4. tabulas turpinājums

Variants XZ	Pretestības, omos									Dots
	R ₁	X _{L1}	X _{C1}	R ₂	X _{L2}	X _{C2}	R ₃	X _{L3}	X _{C3}	
60	41	-	-	31	52	88	42	70	38	S ₁ = 41 VA
61	46	52	44	16	-	12	47	45	-	S ₂ = 45 VA
62	52	-	47	8	57	57	24	32	-	S ₃ = 40 VA
63	7	-	-	12	12	-	16	8	8	U _{R2} = 444 V
64	-	-	10	-	18	10	5	16	4	U = 120 V
65	30	-	25	-	-	30	60	38	8	I ₃ = 1,65 A
66	10	-	-	10	-	10	8	20	15	I ₁ = 30 A
67	9	8	-	7	-	-	11	28	44	I ₂ = 12 A
68	6	12	-	7	14	-	-	2	10	I ₃ = 22 A
69	-	-	40	6	6	-	-	78	53	P = 54 W
70	4	24	-	-	21	11	9	26	46	P ₁ = 49 W
71	-	7	3	24	24	-	17	13	26	P ₂ = 150 W
72	25	85	31	-	-	15	25	-	-	P ₃ = 100
73	-	44	28	-	29	-	27	35	69	Q ₁ = 36 VAR
74	-	36	-	-	41	28	32	37	72	Q ₂ = 468 VAR
75	39	47	93	-	47	-	38	72	36	Q ₃ = 9 VAR
76	40	30	-	38	53	35	43	40	79	S ₁ = 720 VA
77	47	-	46	80	90	30	-	39	-	S ₂ = 121 VA
78	53	-	-	27	39	61	-	220	20	S ₃ = 242 VA
79	4	6	10	-	12	-	-	7	15	U _{L2} = 48 V
80	-	25	-	5	-	12	4	18	12	U = 200 V
81	12	-	100	-	30	-	6	90	50	I ₁ = 2,06 A
82	6	10	-	10	-	8	5	7	-	I ₁ = 15 A
83	-	18	10	4	-	12	6	7	-	I ₂ = 2 A
84	4	-	6	-	5	-	-	10	16	I ₃ = 12 A
85	-	33	-	-	75	95	7	-	17	P = 448 W
86	8	-	9	20	13	-	15	27	2	P ₁ = 162 W
87	-	9	2	13	-	4	19	15	30	P ₂ = 117 W
88	31	42	32	-	-	21	28	-	31	Q ₁ = 144 VAR
89	37	37	27	35	-	24	-	-	22	Q ₂ = 486 VAR

4. tabulas turpinājums

Variants XZ	Pretestības, omos									Dots
	R ₁	X _{L1}	X _{C1}	R ₂	X _{L2}	X _{C2}	R ₃	X _{L3}	X _{C3}	
90	40	62	38	-	48	100	39	74	37	Q ₃ = 148 VAr S ₁ = 100 VA S ₂ = 240 VA U _{R3} = 160 V U = 50 V
91	-	49	-	39	51	36	45	42	70	
92	49	19	-	12	56	65	7	-	-	
93	-	17	-	13	13	-	8	8	14	
94	51	45	45	10	40	50	30	80	35	
95	15	18	-	10	15	-	10	-	10	U = 44,7 V P ₃ = 72 W U _{L3} = 91 V U _{C3} = 456 V U _{C1} = 54 V
96	28	11	19	-	7	46	2	17	-	
97	-	-	15	20	13	13	8	7	-	
98	-	-	7	3	-	5	11	16	19	
99	7	4	9	-	12	-	18	6	-	

Piemērs

SAZAROTA MAIŅSTRĀVAS ĶĒDE

Dota maiņstrāvas ķēde: R₁ = 30 Ω, X_{L1} = 50 Ω, X_{C1} = 90 Ω, R₂ = 30 Ω, X_{L2} = 40 Ω, R₃ = 40 Ω, X_{C3} = 30 Ω. Spriegums uz elementa X_{C1} ir vienāds U_{C1} = 270 V.

1. Analītiski noteikt visus lielumus, kas nepieciešami, lai uzzīmētu strāvu un spriegumu vektoru diagrammu.
2. Izrēķināt ķēdes jaudas koeficientu, kā arī aktīvo, reaktīvo un pilno jaudu.
3. Uzzīmēt mērogā spriegumu un strāvu vektoru diagrammu.

Atrisinājums

Pirmā zara strāva

$$I_1 = U_{C1}/X_{C1} = 270/90 = 3 \text{ A,}$$

spriegums uz elementa R₁

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 = 3 \cdot 30 = 90 \text{ V,}$$

spriegums uz elementa X_{L1}

$U_{L1} = I \cdot X_{L1} = 3 \cdot 50 = 150 \text{ V}$,
 pirmā zara pilnā pretestība

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2} = \sqrt{30^2 + (50 - 90)^2} = 50 \Omega,$$

pirmā zara jaudas koeficients

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_1 &= (X_{L1} - X_{C1}) / R_1 = \operatorname{tg}(50 - 90) / 30 = -1,33; \\ \cos \varphi_1 &= 0,6; \\ \sin \varphi_1 &= -0,8. \end{aligned}$$

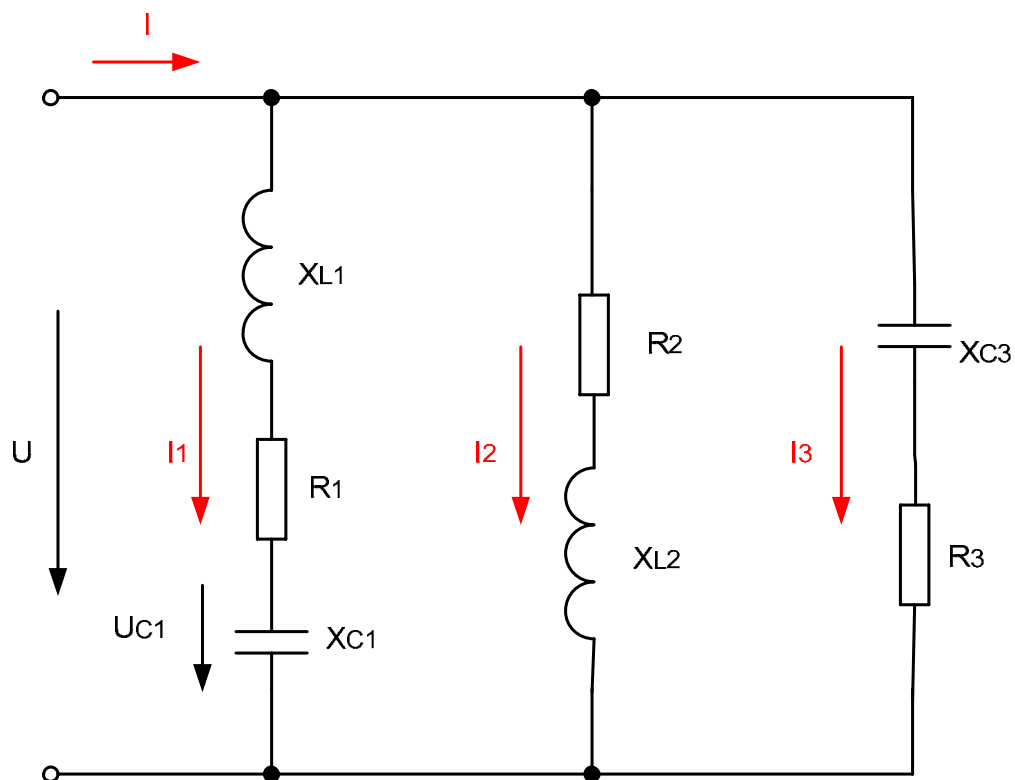
Spriegums uz ķēdes spailēm

$$U = I_1 \cdot Z_1 = 3 \cdot 50 = 150 \text{ V}.$$

Pirmā zara strāvas aktīvā un reaktīvā komponentes (projekcijas)

$$I_{a1} = I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 3 \cdot 0,6 = 1,8 \text{ A},$$

$$I_{x1} = I_1 \cdot \sin \varphi_1 = 3 \cdot (-0,8) = -2,4 \text{ A}.$$



4.2. zīm. 4. piemēra elektriskā shēma.

Otrā zara pilnā pretestība

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{L2}^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\Omega,$$

otrā zara jaudas koeficients

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_2 &= (X_{L2})/R_2 = 40/30 = 1,33; \\ \cos \varphi_2 &= 0,6; \\ \sin \varphi_2 &= 0,8; \end{aligned}$$

strāva otrā zarā

$$I_2 = U/Z_2 = 150/50 = 3 \text{ A},$$

strāvas projekcijas

$$I_{a2} = I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 3 \cdot 0,6 = 1,8 \text{ A},$$

$$I_{x2} = I_2 \cdot \sin \varphi_2 = 3 \cdot 0,8 = 2,4 \text{ A}.$$

Spriegumi uz otrā zara elementiem

$$U_{R2} = I_2 \cdot R_2 = 3 \cdot 30 = 90 \text{ V},$$

$$U_{L2} = I_2 \cdot X_{L2} = 3 \cdot 40 = 120 \text{ V}.$$

Trešā zara pilnā pretestība

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + X_{C3}^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50\Omega,$$

trešā zara jaudas koeficients

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_3 &= (-X_{C3})/R_3 = (-30)/40 = -0,75; \\ \cos \varphi_3 &= 0,8; \\ \sin \varphi_3 &= -0,6, \end{aligned}$$

strāva trešajā zarā

$$I_3 = U/Z_3 = 150/50 = 3 \text{ A},$$

strāvas projekcijas

$$I_{a3} = I_3 \cdot \cos \varphi_3 = 3 \cdot 0,8 = 2,4;$$

$$I_{x3} = I_3 \cdot \sin \varphi_3 = 3 \cdot (-0,6) = -1,8 \text{ A}.$$

Spriegumi uz trešā zara elementiem

$$U_{R3} = I_3 \cdot R_3 = 3 \cdot 40 = 120 \text{ V};$$

$$U_{C3} = I_3 \cdot X_{C3} = 3 \cdot 30 = 90 \text{ V.}$$

Strāva ķēdes nesazarotajā daļā

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{(\sum I_a)^2 + (\sum I_x)^2} = \\ &= \sqrt{(I_{a1} + I_{a2} + I_{a3})^2 + (I_{x1} + I_{x2} + I_{x3})^2} = \\ &= \sqrt{(1,8 + 1,8 + 2,4)^2 + (-2,4 + 2,4 - 1,8)^2} = 6,26 \text{ A} \end{aligned}$$

Ķēdes jaudas koeficients

$$\cos \varphi = (\sum I_a) / I = 6 / 6,26 = 0,96.$$

Ķēdes aktīvā jauda

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 + P_3 = I_{a1} \cdot U + I_{a2} \cdot U + I_{a3} \cdot U = \\ &= (I_{a1} + I_{a2} + I_{a3}) \cdot U = \\ &= (1,8 + 1,8 + 2,4) \cdot 150 = 900 \text{ W}; \end{aligned}$$

ķēdes reaktīvā jauda

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 = I_{x1} \cdot U + I_{x2} \cdot U + I_{x3} \cdot U = \\ &= (I_{x1} + I_{x2} + I_{x3}) \cdot U = \\ &= (-2,4 + 2,4 - 1,8) \cdot 150 = -270 \text{ VA}_r; \end{aligned}$$

negatīvā zīme norāda uz reaktīvās jaudas kapacitatīvo raksturu;
ķēdes pilnā jauda

$$S = I \cdot U = 6,39 \cdot 150 = 939 \text{ VA};$$

vai arī

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{900^2 + (-270)^2} = 939 \text{ VA.}$$

Vektoru diagramma

Spriegumu un strāvu vektoru diagrammas zīmēšanai izvēlas spriegumu un strāvu mērogus. Tie ir atkarīgi no spriegumu un strāvu lielumiem un diagrammai atvēlētā papīra laukuma.

Izvēlētajā spriegumu mērogā atliekam kopējā sprieguma vektoru U (parasti to atliek horizontāli vērstu virzienā pa kreisi). Pirmā zara strāvas I_1 vektoru zīmējam atliekot tās aktīvo komponenti I_{a1} sprieguma vektora virzienā, bet reaktīvo komponenti I_{x1} – perpendikulāri sprieguma vektoram virzienā uz

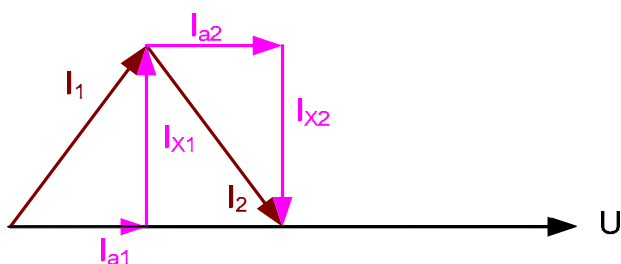
augšu, jo šai komponentei ir kapacitatīvs raksturs. Grafiski saskaitot abas komponentes, iegūstam strāvas I_1 vektoru (sk. 4.3. zīm.).



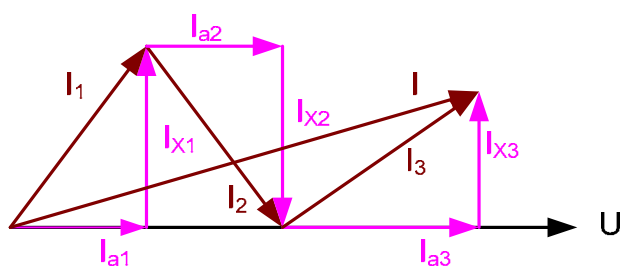
4.3. zīm. Pirmā zara strāvas vektora attēlošana.

Lai strāvai I_1 grafiski pieskaitītu strāvu I_2 , vektora I_1 gala punktā, sprieguma vektora virzienā, atliekam I_{a2} komponenti, un perpendikulāri sprieguma vektoram virzienā uz leju – I_{x2} komponenti (I_{x2} ir induktīvs raksturs). Savienojot I_{a2} sākuma punktu ar I_{x2} gala punktu, iegūstam strāvas I_2 vektoru (sk. 4.4. zīm.).

Līdzīgā veidā uzzīmējam strāvas I_3 vektoru. Visu triju strāvu I_1 , I_2 un I_3 vektoru summu attēlo vektors I , kurš savieno strāvas I_1 vektora sākuma punktu ar strāvas I_3 vektora gala punktu (4.5. zīm.).



4.4. zīm. Otrā zara strāvas vektora attēlošana.

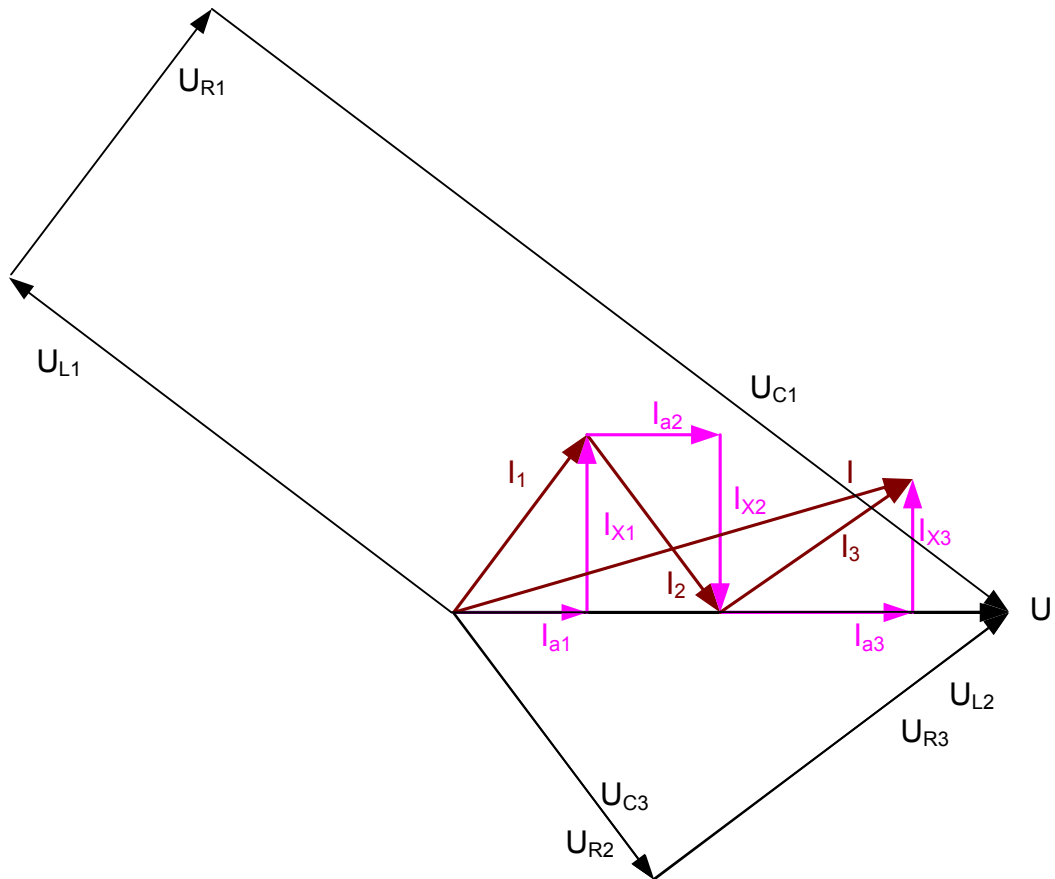


4.5. zīm. Trešā zara un kopējās strāvu vektoru attēlošana.

Strāvas I_1 radītos sprieguma kritumus uz pirmā zara elementiem U_{L1} , U_{R1} un U_{C1} orientējam pret šīs strāvas vektoru: pirmais U_{L1} vektors apsteidz strāvu par leņķi 90° , otrs U_{R1} – sakrīt fāzē ar strāvu un trešais U_{C1} atpaliek no strāvas par leņķi 90° . Zīmējot šos vektorus vienu otram galā, mēs tos grafiski saskaitām un summā iegūstam spriegumu U (sk. 4.6. zīm.).

Spriegumu kritumu U_{R2} un U_{L2} vektorus, kurus rada strāva I_2 , orientējam pret šīs strāvas vektoru. U_{R2} vektoru zīmējam atliekot no

diagrammas sākuma punkta paralēli (fāzē) vektoram I_2 , vektoru U_{L2} – perpendikulāri vektoram I_2 (induktīvs spriegums apsteidz strāvu par leņķi 90°). Abu šo spriegumu vektoru summa līdzinās sprieguma U vektoram (sk.4.5. zīm.).



4.6. zīm. Atsevišķu elementu spriegumu vektoru attēlošana.

Trešā zara strāva I_3 rada kapacitatīva rakstura sprieguma kritumu U_{C3} , kurš atpaliek no strāvas I_3 par 90° un sprieguma kritumu U_{R3} , kurš sakrīt fāzē ar I_3 . Arī šo vektoru summa dod sprieguma U vektoru. Šajā gadījumā U_{C3} klājas virsū vektoram U_{R2} un U_{R3} – vektoram U_{L2} .

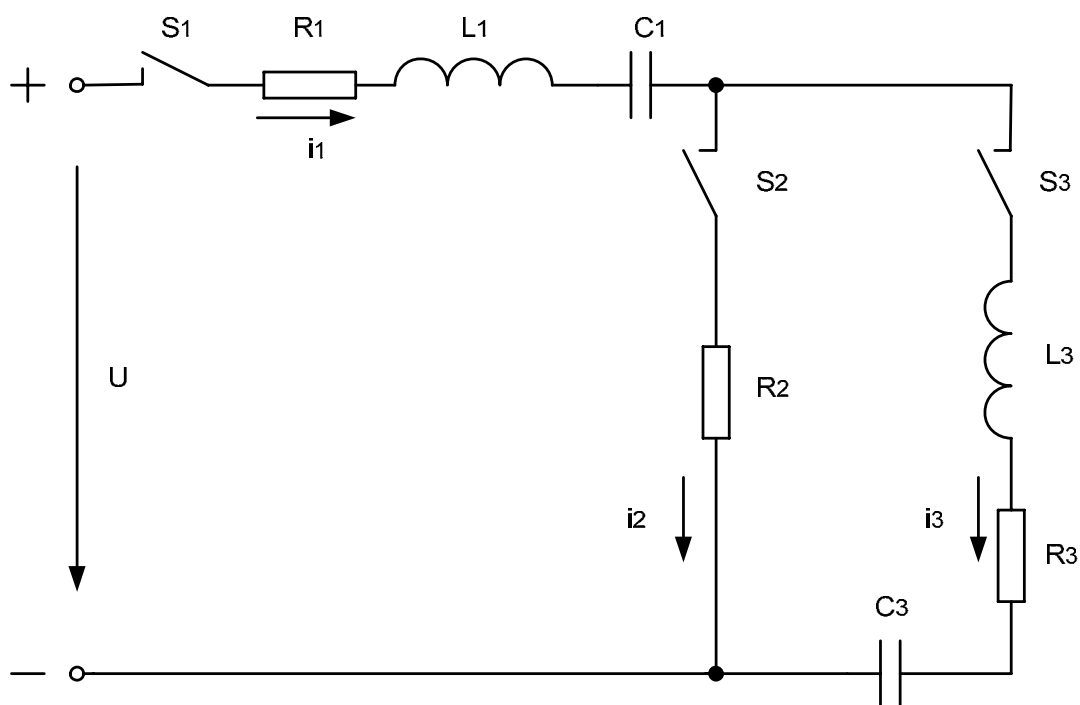
7. UZDEVUMS

Jānodod līdz aprīļa mēn. beigām

Zīmējumā attēlotajā shēmā laika momentā $t = 0$ ieslēdzas (vai atslēdzas) viens no slēdžiem (pārējie slēdži ieslēgti un to stāvoklis nemainās). Komutējamais slēdzis norādīts tabulā.

Uzdevums

1. Uzzīmēt shēmu, atstājot tikai komutējamo slēdzi un ķēdes elementus (rezistīvos, induktīvo, kapacitatīvo), kuri norādīti tabulā. Ar bultiņu blakus slēdzim parādīt komutācijas veidu (slēdzis ieslēdzas vai atslēdzas).
2. Izrēķināt laika konstanti (ja tā nav dota).
3. Noteikt tabulā norādītā sprieguma vai strāvas atkarību no laika.
4. Attēlot grafiski atrasto sakarību, parādot grafikā arī sprieguma vai strāvas vērtības pirms komutācijas.
5. Paskaidrot fizikālos procesus, kas pārejas režīmā notiek ķēdē.



7.1. zīm. Elektriskās ķēdes shēma.

7. tabula

Dati 7. uzdevumam

Var YZ	U, V	R ₁ , Ω	L ₁ , mH	C ₁ , μF	R ₂ , Ω	R ₃ , Ω	L ₃ , mH	C ₃ , μF	τ, ms	Komutācija	Noteikt
00	150	300	-	-	300	600	75	-	0,1	iesl. S ₃	i ₁
01	32	160	-	-	200	-	40	-	0,75	atsl. S ₁	UL ₃
02	7,5	5	-	-	5	5	-	100		iesl. S ₁	i ₁
03	240	40	48	-	50	200	-	-		atsl. S ₂	i ₁
04	330	2000	-	-	1300	-	-	5		atsl. S ₁	i ₂
05	70	50	-	-	150	-	-	3		atsl. S ₁	i ₃
06	3,6	10	-	-	20	20	3	-	atsl. S ₂	i ₁	
07	150	25	-	-	75	-	30	-	atsl. S ₁	i ₂	
08	2	10	-	-	-	15	-	10	iesl. S ₂	UC ₃	
09	500	250	-	-	500	500	20	-	atsl. S ₁	i ₂	
10	160	20	-	-	20	-	5	-	0,5	iesl. S ₃	i ₁
11	20	1000	-	-	1000	-	-	2	atsl. S ₁	UC ₃	
12	340	200	-	-	200	-	40	-	0,4	iesl. S ₃	UL ₃
13	3,2	-	8	-	10	40	-	-		iesl. S ₁	i ₃
14	320	40	-	-	40	60	500	-		atsl. S ₂	i ₃
15	140	-	210	-	70	70	-	-	1	iesl. S ₂	i ₃
16	240	20	-	-	60	-	15	-		iesl. S ₁	i ₂
17	800	400	-	-	400	100	-	20	atsl. S ₂	i ₁	
18	2000	4000	-	-	4000	-	-	0,1	0,2	iesl. S ₁	i ₁
19	360	200	-	-	600	600	-	20		iesl. S ₁	i ₂
20	240	60	-	-	30	60	16	-	0,2	iesl. S ₁	i ₃
21	0,5	20	-	-	-	5	10	-		atsl. S ₂	i ₃
22	180	320	-	2	60	120	-	-	0,4	iesl. S ₁	i ₂
23	25	10	-	-	40	-	-	50		iesl. S ₁	i ₂
24	2,7	3	-	-	6	3	-	200		atsl. S ₁	UR ₂
25	480	-	80	-	40	40	-	-		atsl. S ₂	i ₁
26	7	-	-	-	140	60	-	25		atsl. S ₁	UC ₃
27	9	20	-	-	10	5	-	20		atsl. S ₂	UC ₃
28	450	-	-	4	100	300	-	-		iesl. S ₁	UC ₁
29	64	8	-	-	-	8	-	20		atsl. S ₂	i ₁

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

7. tabulas turpinājums

Var YZ	U, V	R ₁ , Ω	L ₁ , mH	C ₁ , μF	R ₂ , Ω	R ₃ , Ω	L ₃ , mH	C ₃ , μF	τ, ms	Komutācija	Noteikt
30	760	2000	-	-	2000	100	-	30	60	iesl. S ₁	uc3
31	1200	600	-	-	600	-	-	5	1,5	iesl. S ₃	i ₁
32	120	-	15	-	30	60	-	-	-	atsl. S ₂	UL1
33	480	40	160	-	80	80	-	-	-	iesl. S ₂	i ₃
34	720	-	24	-	200	300	-	-	-	iesl. S ₂	i ₂
35	320	400	-	-	400	300	-	8	4	iesl. S ₂	uc3
36	560	800	-	-	2400	-	-	2	1,2	iesl. S ₁	i ₃
37	6,5	1300	-	-	-	-	-	10	-	atsl. S ₂	i ₃
38	1,2	-	-	-	5	3	16	-	-	atsl. S ₁	i ₃
39	130	2000	-	-	600	-	-	6	-	atsl. S ₂	uc3
40	0,2	150	20	-	100	100	-	-	-	iesl. S ₁	UL1
41	72	220	-	-	-	180	-	100	-	iesl. S ₂	i ₃
42	75	75	-	0,5	100	300	-	-	-	iesl. S ₁	uc1
43	5	20	-	-	-	5	15	-	-	iesl. S ₂	UL3
44	800	500	-	-	500	-	-	4	1	iesl. S ₃	i ₃
45	60	-	-	0,1	300	1200	-	-	-	iesl. S ₁	i ₂
46	1600	4000	-	-	-	-	-	2	-	atsl. S ₂	i ₁
47	650	45	-	-	-	20	40	-	-	iesl. S ₂	i ₃
48	300	-	-	-	60	30	270	-	-	atsl. S ₁	UL3
49	640	100	-	-	-	60	32	-	-	atsl. S ₂	i ₁
50	30	1	-	-	2	-	10	-	15	iesl. S ₃	i ₂
51	12	2	-	-	2	2	15	-	5	iesl. S ₁	i ₁
52	8	-	-	-	4	2	12	-	-	atsl. S ₁	i ₂
53	250	-	-	15	125	500	-	-	-	iesl. S ₁	i ₁
54	40	60	-	-	20	80	-	5	-	atsl. S ₁	i ₃
55	85	340	-	-	340	-	170	-	1	iesl. S ₃	i ₃
56	600	20	6	-	-	100	-	-	-	iesl. S ₂	i ₁
57	900	300	360	-	-	600	-	-	-	atsl. S ₂	UL1
58	660	-	40	-	300	600	-	-	-	iesl. S ₁	UL1
59	3	20	-	-	20	20	6	-	0,2	atsl. S ₃	i ₃

7. tabulas turpinājums

Var YZ	U, V	R ₁ , Ω	L ₁ , mH	C ₁ , μF	R ₂ , Ω	R ₃ , Ω	L ₃ , mH	C ₃ , μF	τ, ms	Komutācija	Noteikt
60	1	1000	-	-	-	2000	-	5	1	atsl. S ₂	uc ₃
61	18	10	-	-	10	10	15	-		iesl. S ₁	i ₂
62	0,8	-	4	-	10	40	-	-		iesl. S ₂	i ₁
63	300	400	-	-	800	600	-	4		atsl. S ₂	i ₃
64	600	-	-	-	3000	2000	-	0.1		atsl. S ₁	i ₃
65	420	90	-	-	180	-	-	50	3	iesl. S ₂	uc ₃
66	700	60	-	-	400	100	300	-		atsl. S ₁	i ₃
67	45	90	270	-	90	90	-	-	1	iesl. S ₂	i ₂
68	26	100	-	-	100	-	-	20		iesl. S ₂	i ₁
69	15	10	6	-	-	20	-	-		atsl. S ₂	i ₃
70	440	-	-	-	100	120	-	0,2	6	atsl. S ₁	UR ₃
71	200	120	16	-	80	80	-	-		iesl. S ₂	UL ₁
72	10	10	40	-	-	40	-	-		iesl. S ₂	i ₂
73	6,4	8	160	-	10	40	-	-		iesl. S ₁	i ₁
74	1800	3000	-	-	3000	-	-	4		iesl. S ₂	i ₂
75	24	200	-	-	200	200	-	5	1,5 0,006	iesl. S ₃	i ₃
76	1,8	-	0,5	-	10	10	-	-		atsl. S ₂	i ₃
77	4	6	-	-	2	-	-	4		iesl. S ₂	i ₃
78	640	200	-	-	120	-	-	1,5		atsl. S ₂	i ₁
79	360	60	720	-	60	60	-	-		atsl. S ₂	UL ₁
80	95	130	-	10	80	240	-	-	0,8 0,1	iesl. S ₁	i ₁
81	380	190	-	-	200	-	60	-		atsl. S ₁	i ₃
82	1500	50	6	-	-	250	-	-		iesl. S ₂	UL ₁
83	4,5	40	-	-	10	-	-	100		iesl. S ₃	uc ₃
84	360	100	-	-	400	100	18	-		iesl. S ₁	i ₂
85	100	20	150	-	60	60	-	-	3 0,08	iesl. S ₂	i ₁
86	240	-	-	-	80	40	-	50		atsl. S ₁	i ₂
87	36	100	-	-	100	100	-	20		iesl. S ₃	i ₂
88	1,5	-	3	-	1	3	-	-		iesl. S ₁	i ₁
89	2,5	400	-	-	100	-	-	1		iesl. S ₃	i ₂

7. tabulas turpinājums

Var YZ	U, V	R ₁ , Ω	L ₁ , mH	C ₁ , μF	R ₂ , Ω	R ₃ , Ω	L ₃ , mH	C ₃ , μF	τ, ms	Komutācija	Noteikt
90	48	100	-	-	400	-	160	-	2	iesl. S ₁	i ₁
91	6	10	300	-	20	20	-	-		atsl. S ₂	i ₁
92	72	20	-	-	20	80	180	-	2	iesl. S ₂	i ₃
93	80	300	-	-	500	500	-	30		atsl. S ₁	i ₂
94	1000	75	40	-	50	50	-	-		iesl. S ₁	i ₂
95	90	90	27	-	180	180	-	-		atsl. S ₂	i ₃
96	350	70	-	-	70	-	35	-	1	iesl. S ₁	i ₃
97	50	50	-	-	-	50	25	-		atsl. S ₂	u _{L3}
98	400	110	-	-	900	100	15	-		atsl. S ₁	u _{L3}
99	720	60	-	-	60	30	-	20	1,2	iesl. S ₃	i ₁

Piemērs

PĀREJAS PROCESA ANALĪZE

7.2. zīmējumā attēlotajā shēmā atslēdz rezistoru R₂. Noteikt kā mainās spriegums uz kondensatora u_c un strāva i₃, ja U = 300 V, R₁ = 200 Ω, R₂ = 100 Ω, R₃ = 200 Ω un C = 10 μF. Aprēķināt ķēdes laika konstanti τ.

Atrisinājums

Pirms slēdža atslēgšanas ķēdē pastāvēja stacionārs režīms, kondensators bija uzlādējies līdz noteiktam spriegumam un strāva caur to neplūda (i₃ = 0). Strāva plūda caur rezistoriem R₁ un R₂ un tās stiprums bija

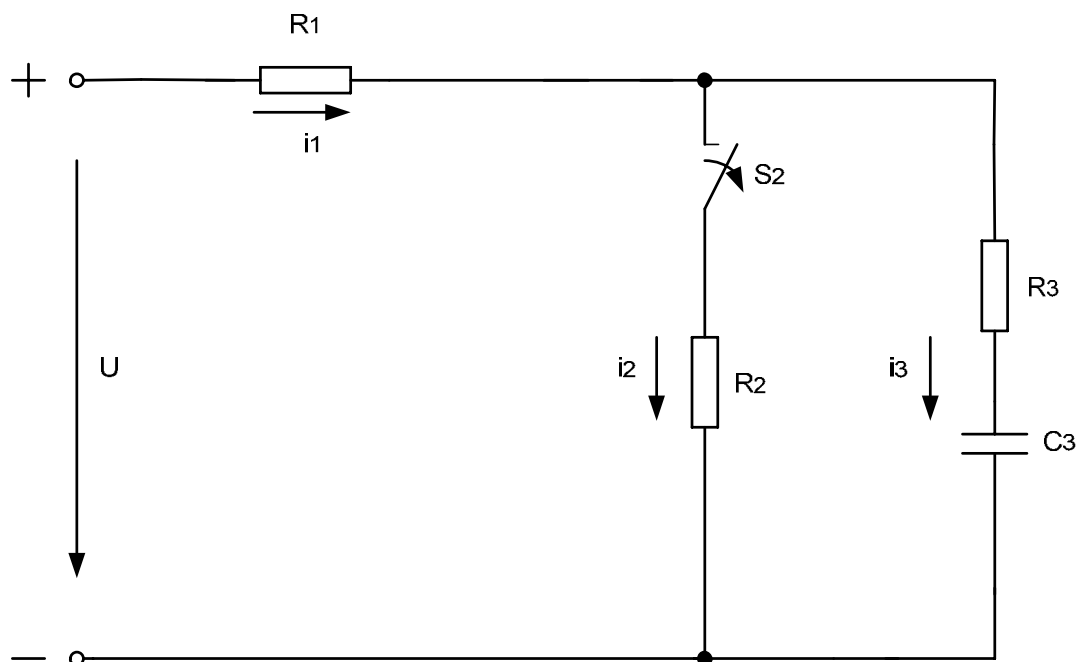
$$I_1 = I_2 = U/(R_1 + R_2) = 300/(200 + 100) = 1 \text{ A.}$$

Uz rezistora R₂ veidojās sprieguma kritums

$$U_2 = I_2 \cdot R_2 = 1 \cdot 100 = 100 \text{ V.}$$

Tikpat liels spriegums bija uz rezistoram R₂ paralēli pieslēgtā kondensatora C₃. Tātad slēdža S₂ atslēgšanas momentā, kas ir pārejas procesa sākuma moments t = 0, spriegums U_c(0) = 100 V. (Viens no komutācijas likumiem nosaka, ka spriegums uz kondensatora komutācijas momentā nemainās).

Par cik ķēde satur tikai vienu enerģijas uzkrājēju (kondensatoru), pārejas procesu apraksta pirmās kārtas diferenciālvienādojums. Tas nozīmē, ka atrisinājums ir meklējams formā



7.2. zīm. Piemēra elektriskā shēma.

$$u_C = u_{Cuz} + u_{Cbr} =$$

$$= u_{Cuz} + A[\exp(-t/\tau)],$$

kur u_{Cuz} – spriegums uz kondensatora pārejas procesam beidzoties (teorētiski pie $t \rightarrow \infty$), kad iestājas jauns stacionārs režīms. Pārejas procesa laikā kondensators papildus uzlādēsies un spriegums būs $u_{Cuz} = U = 300 \text{ V}$,
 A – integrēšanas konstante,
 τ - laika konstante. Šajā gadījumā laika konstante ir

$$\tau = (R_1 + R_3) \cdot C = (200 + 200) \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 4 \text{ ms}$$

Tagad atrisinājumu rakstam formā

$$u_C = 300 + A \cdot \exp(-t/\tau).$$

Lai noteiktu integrēšanas konstanti A , izmantojam sprieguma u_C sākuma vērtību $U_C(0) = 100 \text{ V}$. Atrisinājuma izteiksme momentā $t = 0$ dod

$$u_C(0) = 300 + A \cdot \exp(0/\tau) = 300 + A = 100,$$

no kurienes $A = -200$ un atrisinājuma galīgā forma ir

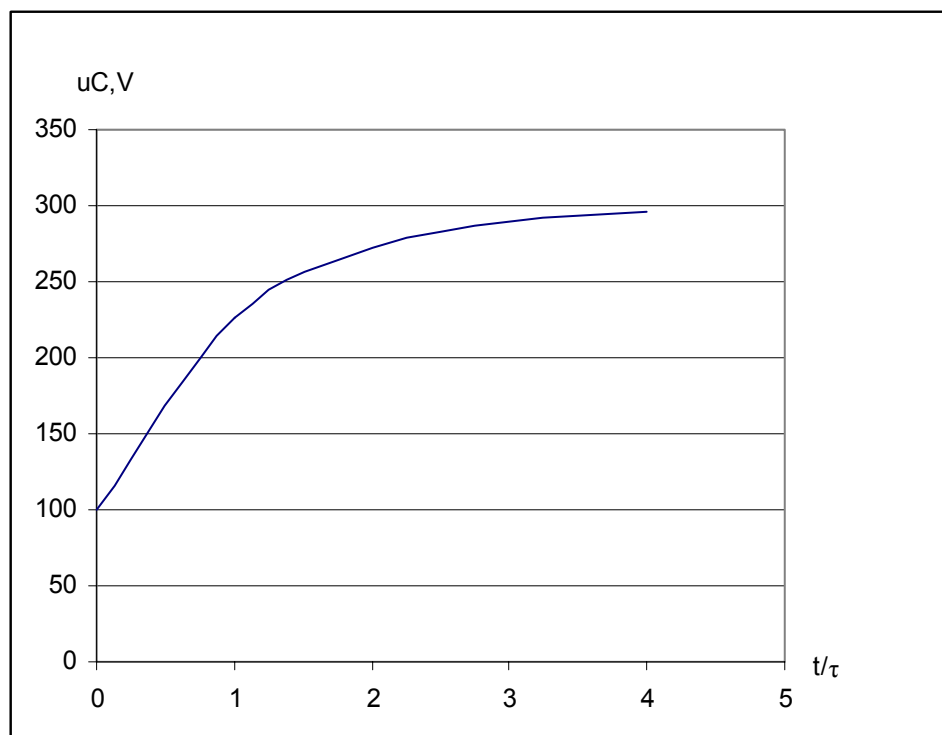
$$u_C = 300 - 200 \cdot \exp(-t/\tau).$$

Strāva kondensatorā

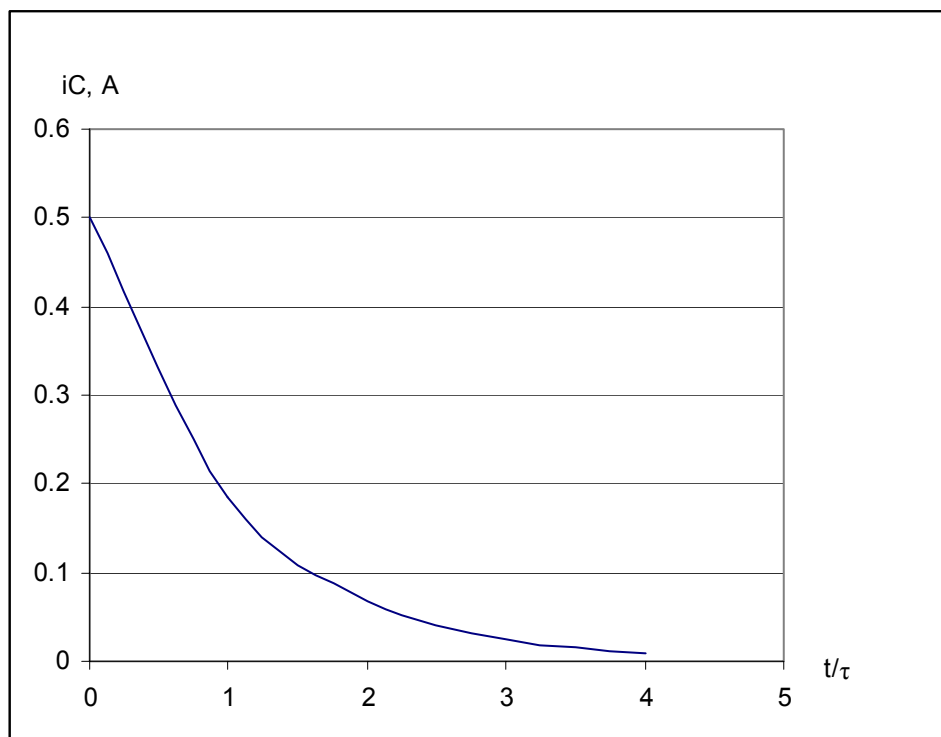
$$\begin{aligned} i_3 &= C \cdot du_C/dt = C \cdot [(-1/\tau) \cdot (-200 \cdot \exp(t/\tau))] = \\ &= C \cdot 200 \cdot \exp(t/\tau) / (R_1 + R_3) \cdot C = \\ &= 200 \cdot \exp(t/\tau) / 400 = \\ &= 0.5 \cdot \exp(t/\tau). \end{aligned}$$

Aprēķinam u_C un i_3 funkciju izmaiņas laika intervālā no $t = 0$ līdz $t = 4\tau$.

t/τ	u_C, V	i_C, A
0	100.0	0,500
1	226.4	0,184
2	272.9	0,068
3	290.0	0,025
4	296.3	0,009

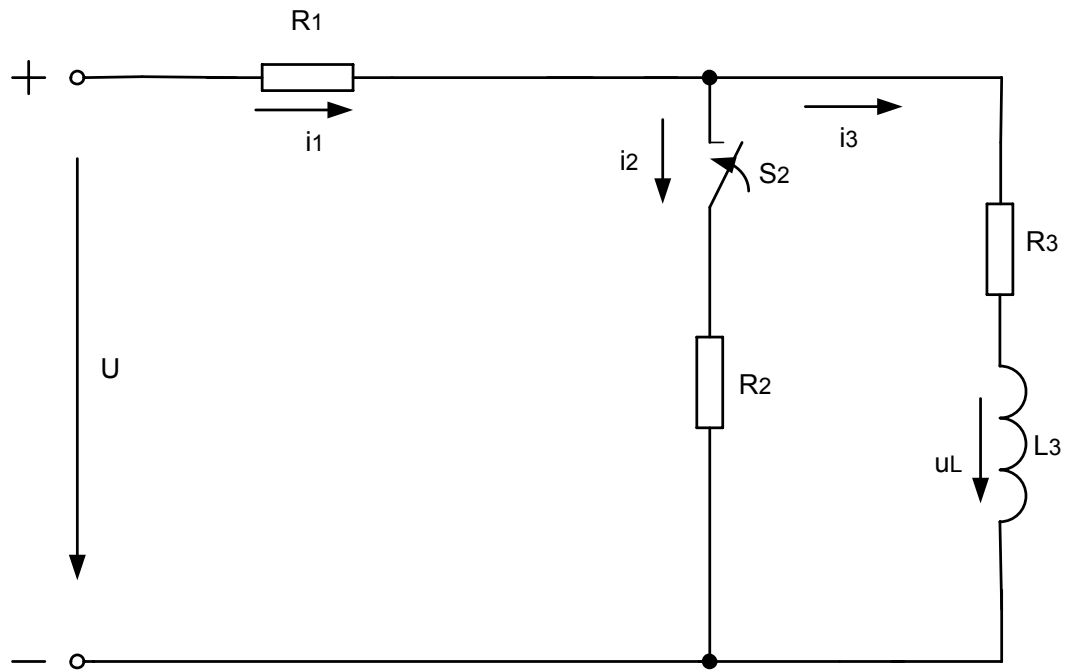


7.3. zīm. Sprieguma u_C funkcijas grafiks.



7.4. zīm. Strāvas i_C funkcijas grafiks.

Aplūkosim gadījumu, kad komutācijas rezultātā veidojas sazarota ķēde ar vienu enerģijas uzkrājēju - induktīvu spoli (pirmās kārtas ķēde).

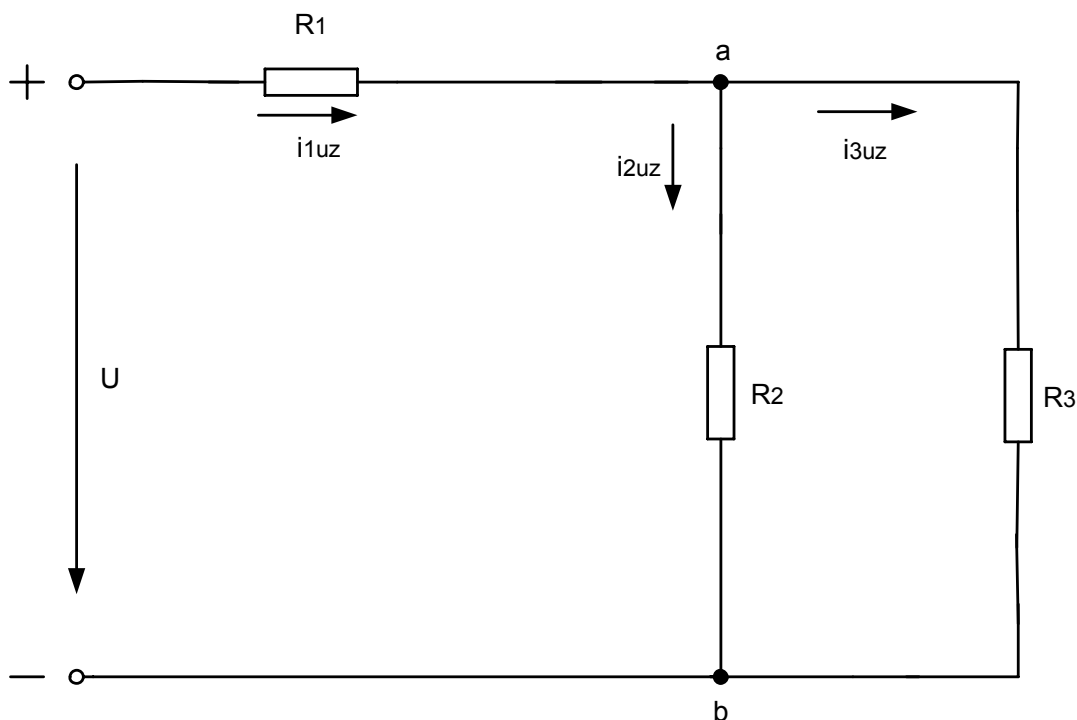


7.5. zīm. Sazarotas ķēdes shēma.

Lai uzrakstītu atrisinājumu jebkurai strāvai vai spriegumam, ir jāzina ķēdes laika konstante. Atrisinājumu meklē formā

$$i_3 = i_{3uz} + i_{3br}.$$

i_{3uz} ir uzspiestā režīma strāva trešajā zarā, kad pārejas process ir norimis ($t \rightarrow \infty$). To var atrast izmantojot šādu shēmu (7.6. zīm.):



7.6. zīm. Elektriskā shēma strāvu un spriegumu uzspiesto komponentu aprēķinam.

$$i_{3uz} = U_{ab}/R_3 =$$

$$= i_{1uz} * R_2 / (R_2 + R_3).$$

Tā kā

$$i_{1uz} = U * (R_2 + R_3) / (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3),$$

tad

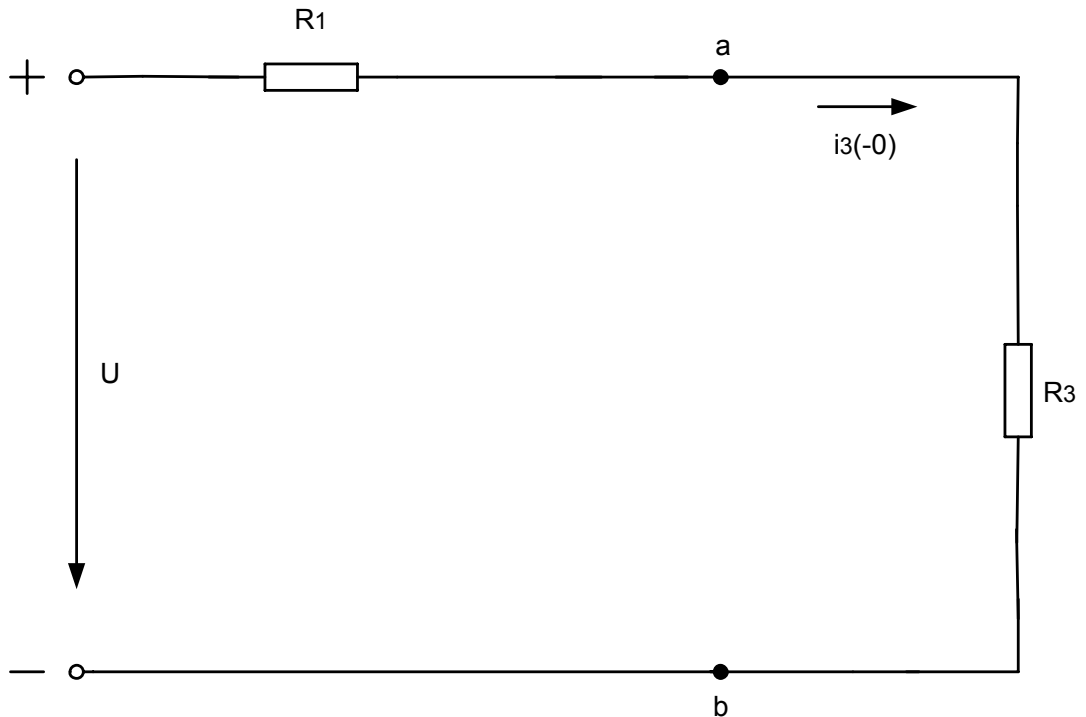
$$i_{3uz} = U * R_2 / (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3),$$

Pārejas procesa strāvas otra komponente pirmās kārtas ķēdēm ir

$$i_{3br} = A \exp(-t/\tau),$$

Integrēšanas konstanti A atrod izmantojot sākuma nosacījumu, šajā gadījumā strāvas $i_3(0)$ vērtību momentā $t = 0$. Šo strāvas vērtību atrod izmantojot komutācijas likumu, kurš apgalvo, ka strāva induktīvā ķēdes elementā komutācijas brīdī nemainās, t.i. $i_3(0) = i_3(-0)$.

$i_3(-0)$ ir stacionāra režīma strāva ķēdē pirms komutācijas (7.7. zīm.):



7.7. zīm. Elektriskā shēma sākuma nosacījumu aprēķinam.

$$i_3(-0) = U/(R_1 + R_3).$$

Tātad integrēšanas konstante ir atrodama no (pie $t = 0$)

$$i_3(-0) = i_3(0) = i_{3uz} + A,$$

$$U/(R_1 + R_3) = U \cdot R_2 / (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) + A.$$

Jā ķēdes laika konstante nav zināma, tad var rīkoties divējādi. Pirmajā gadījumā uzreiz sastāda ķēdes raksturīgo vienādojumu izmantojot ieejas pretestības izteiksmi. Šim nolūkam shēmu, kura izveidojas pēc komutācijas, pārveido sprieguma avota + un – spaiļes savienojot īsi (7.8. zīm.). Brīvi izvēlētajā vietā izdara pārtraukumu un raksta ieejas kompleksās pretestības izteiksmi attiecībā pret pārtraukuma vietu, aizvietojo $j\omega$ ar p , un iegūto izteiksmi pielīdzinot nullei.

Ja pārtraucam trešo zaru, tad raksturīgais vienādojums ir

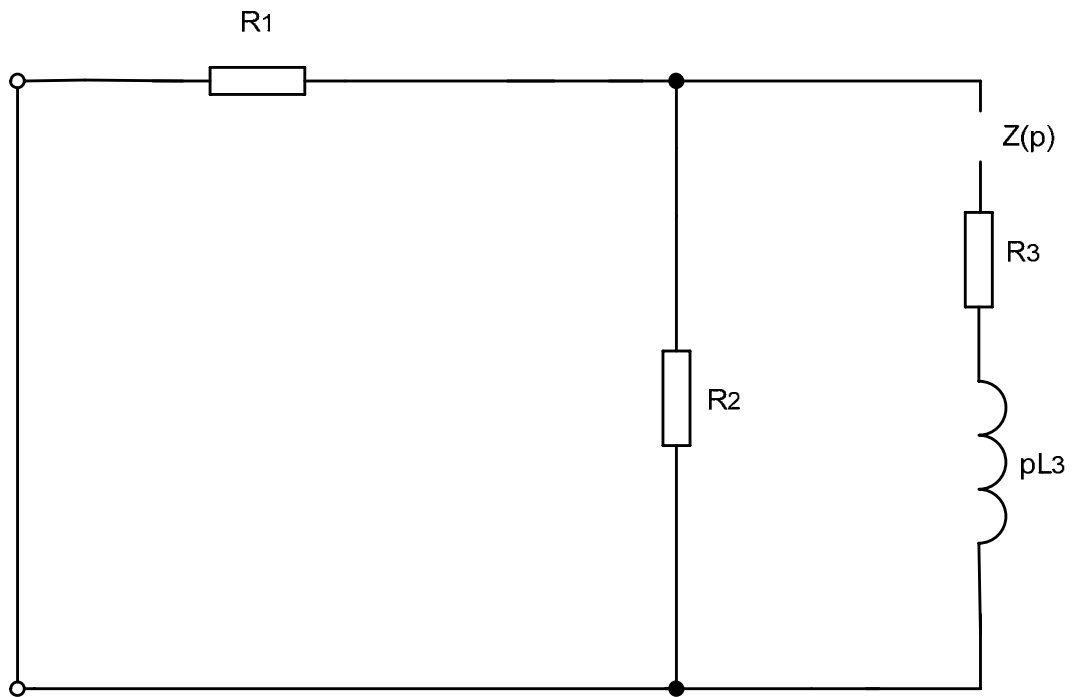
$$Z(p) = pL_3 + R_3 + R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2) = 0,$$

kura sakne ir

$$p = - (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) / L_3 \cdot (R_1 + R_2).$$

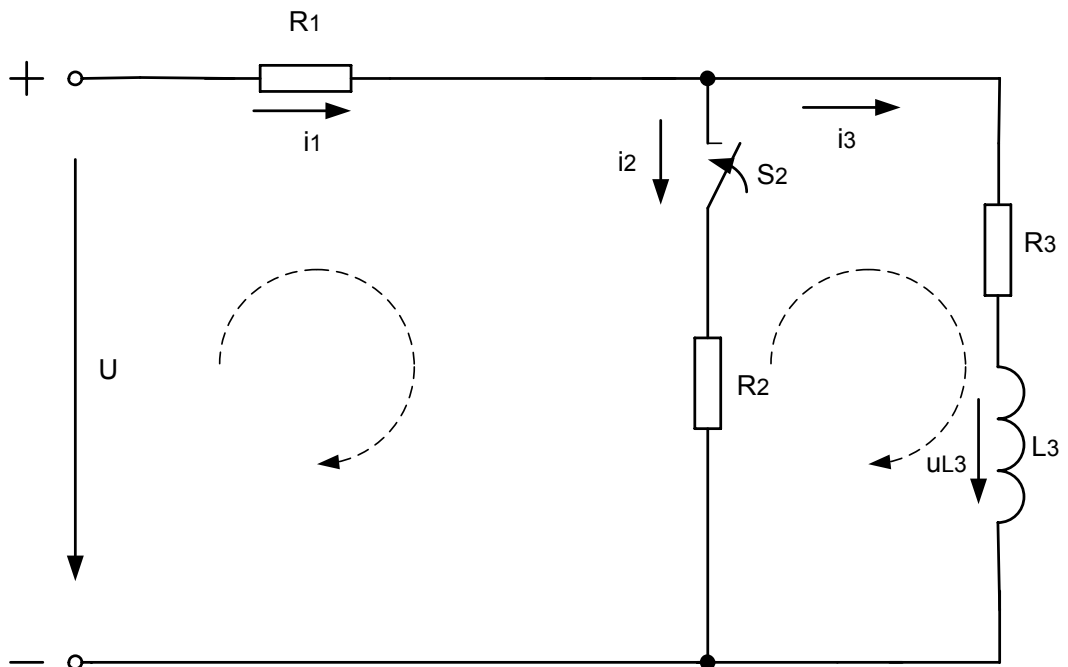
Laika konstante $\tau = |1/p|$, vai

$$\tau = L_3 \cdot (R_1 + R_2) / (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3).$$



7.8. zīm. Elektriskā shēma raksturīgā vienādojuma sastādīšanai.

Otrā gadījumā ķēdes raksturīgo vienādojumu iegūst, uzrakstot diferenciālvienādojumu kādai no strāvām vai spriegumiem. Šim nolūkam ir



7.9. zīm. Elektriskā shēma Kirchofa vienādojumu sastādīšanai.

jāuzraksta Kirchofa vienādojumu sistēma shēmai pēc komutācijas (7.9. zīm.). Vienu vienādojumu rakstām pēc pirmā Kirchofa likuma

$$i_1 = i_2 + i_3$$

un divus – pēc otrā:

$$i_1 R_1 + i_2 R_2 = U,$$

$$- i_2 R_2 + i_3 R_3 + L_3 di_3/dt = 0.$$

Izslēdzot no sistēmas strāvas i_1 un i_2 , iegūstam diferenciālvienādojumu strāvai i_3 (par cik uz i_3 attiecas komutācijas likums):

$$L_3 di_3/dt + i_3(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)/(R_1 + R_2) = U \cdot R_2/(R_1 + R_2).$$

Šim vienādojumam atbilstošais homogēnais vienādojums ir

$$L_3 di_{3br}/dt + i_{3br}(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)/(R_1 + R_2) = 0$$

un tā raksturīgais vienādojums

$$pL_3 + (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)/(R_1 + R_2) = 0.$$

Protams, ka esam ieguvuši tādu pašu vienādojumu, kāds bija iegūts iepriekš.